

میرایی سازه ای با کاربرد در اصلاح پاسخ لرزه ای

STRUCTURAL DAMPING Applications in Seismic Response Modification

Zach Liang
George C. Lee
Gary F. Dargush
Jianwei Song

مترجمان:

مهندس علیرضا صالحین

مهندس علی حیدری

تقديم نامه مهندس عليرضا صالحين

من لم يشكر المخلوق لم يشكر الخالق



تقديم به دو تن از اساتيد زحمتکش و نازنينم:

سمت راست: جناب مهندس امير زينى، مدرس توانمند برق و الکترونیک خودرو

سمت چپ: جناب مهندس عابدينى، مدرس توانمند مکانیک خودرو، گروه کاراژ

تقدیم نامہ مهندس علی حیدری

تقدیم بہ پیدر، مادر و خمسہ گرامہ ام

فهرست مطالب

مقدمه مترجمان

مقدمه نویسندگان

بخش اول: سیستم های ارتعاشی

فصل اول: ارتعاش آزاد و هارتکین (همساز) سیستم های دارای تک درجه آزادی..... ۱

۱,۱ مدل سیستم های ارتعاش خطی SDOF ۱

۱,۱,۱ معادله حرکت و پارامترهای اساسی دینامیکی ۱

۱,۱,۱,۱ تعادل نیروهای ارتعاشی ۱

۱,۱,۱,۲ پارامترهای اساسی مدل فیزیکی ۳

۱,۱,۱,۳ معادله مشخصه و مدل مودی ۶

۱,۱,۲ جواب همگن، ارتعاش زوال آزاد و مدل پاسخ ۱۰

۱,۱,۳ ارتعاش اجباری با تهییج هارتکین ۱۷

۱,۱,۳,۱ پاسخ وضعیت ثابت..... ۱۷

۱,۱,۳,۲ روش پاسخ مختلط برای تغییر مکان وضعیت ثابت..... ۱۸

۱,۱,۳,۴ پاسخ ها با شرایط اولیه غیر صفر ۲۵

۱,۱,۴ تهییج زمین..... ۲۶

۱,۱,۴,۱ شرایط حاکم..... ۲۶

۱,۱,۴,۲ پاسخ تهییج های هارتکین زمین..... ۲۹

۱,۲ تشدید دینامیکی..... ۳۲

۱,۲,۱ ضریب تشدید دینامیکی، تهییج عمومی..... ۳۲

۱,۲,۱,۱ ضریب تشدید دینامیکی تغییر مکان..... ۳۲

۱,۲,۱,۲ ضریب تشدید دینامیکی شتاب..... ۳۵

۱,۲,۱,۳ مقادیر اوج ضرایب تشدید دینامیکی..... ۳۶

۱,۲,۱,۴ ضرایب تشدید دینامیکی که به یکتایی می رسند..... ۳۹

۱,۲,۱,۵ نقاط نیم توانی و ناحیه تشدید..... ۴۰

۱,۲,۱,۶ کاهش پاسخ به علت افزایش میرایی..... ۴۲

۱,۲,۲ ضریب تشدید دینامیکی، تهییج زمین..... ۴۵

۱,۲,۲,۱ ضریب تشدید دینامیکی تغییر مکان نسبی..... ۴۵

۱,۲,۲,۲ ضریب تشدید دینامیکی شتاب مطلق..... ۵۳

۱,۳ اتلاف انرژی و میرایی موثر..... ۵۵

۱,۳,۱ تلف شده بازای هر سیکل..... ۵۶

۵۶	۱,۳,۱,۱ میرایی ویسکوز خطی
۵۶	۱,۳,۱,۲ انرژی اتلاف شده بواسطه نیروی میرایی
۵۷	۱,۳,۱,۳ ضریب میرایی و نسبت میرایی ویسکوز خطی
۵۹	۱,۳,۱,۴ سیستم خطی
۶۰	۱,۳,۲ میرایی و نیروی لرزه ای
۶۰	۱,۳,۲,۱ معادله پارامتری
۶۴	۱,۳,۳ میرایی موثر
۶۵	۱,۳,۳,۱ ضریب میرایی موثر
۶۶	۱,۳,۳,۲ نسبت میرایی موثر
۶۷	۱,۳,۳,۳ ارتعاش اجباری عمومی، اتلاف انرژی
۶۹	۱,۳,۳,۴ شکل جایگزین نسبت میرایی
۷۰	۱,۴ خلاصه
۷۱	مراجع و مآخذ
۷۳	فصل دوم: سیستم های با چند درجه آزادی با تهییج دلخواه
۷۳	۲,۱ تهییج های پرپودیک
۷۴	۲,۱,۱ سیگنال های پرپودی
۷۴	۲,۱,۱,۱ توابع پرپودی
۷۶	۲,۱,۲ سری های فوریه
۷۶	۲,۱,۲,۱ ضرایب فوریه
۸۰	۲,۱,۳ تبدیل فوریه گسسته
۸۱	۲,۱,۳,۱ گسسته کردن سیگنال ها
۸۲	۲,۱,۳,۲ سری های فوریه گسسته
۸۶	۲,۱,۴ نیروی کلی میرایی
۸۸	۲,۱,۴,۱ خطی سازی سری های فوریه
۸۸	۲,۱,۴,۲ نیروی سازه ای وضعیت ثابت
۹۰	۲,۱,۴,۳ میرایی اصطکاک خشک
۹۵	۲,۱,۴,۴ میرایی ویسکوز غیرخطی کلی
۱۰۰	۲,۱,۵ پاسخ به تهییج های پرپودی
۱۰۰	۲,۱,۵,۱ پاسخ کلی
۱۰۰	۲,۱,۵,۲ پاسخ n امین جریان یکنواخت
۱۰۱	۲,۱,۵,۳ پاسخ انتقالی

۱۰۲تهییج های انتقالی
۱۰۲سیگنال های انتقالی
۱۰۲تبدیل فوریه
۱۰۳مشخصه های مهم تبدیل فوریه: یک خلاصه
۱۰۵تبدیل لاپلاس : مشخصات پراهمیت تبدیل لاپلاس: یک خلاصه
۱۰۶پاسخ ضربه ای
۱۰۸نیروی کلی و انتگرال دوهامل
۱۰۸انتگرال کانولوشن (همتابی)
۱۱۱تابع انتقال پاسخ تکانه واحد
۱۱۳تبدیل انتگرال کانولوشن (همتابی)
۱۱۳تهییج های تصادفی
۱۱۴متغیرهای تصادفی
۱۱۷مقدار میانگین، انتظار ریاضیاتی
۱۱۹مقدار میانگین و مربع میانگین
۱۲۰انحراف استاندارد و مقدار مربع میانگین ریشه
۱۲۱فرآیند تصادفی
۱۲۱تاریخچه های زمانی تصادفی
۱۲۲میانگین گیری آماری
۱۲۵توابع همبستگی و توابع چگالی طیفی توانی
۱۲۵تحلیل همبستگی
۱۲۹تابع چگالی طیفی توانی
۱۳۷همبستگی بین تابع نیرویی و پاسخ تکانه تابع
۱۴۱روش اساسی مواجهه با ارتعاشات تصادفی
۱۴۱پاسخ زلزله سیستم های خطی SDOF
۱۴۲طیف پاسخ
۱۴۵طیف طراحی
۱۵۵ضریب کنترل برای طراحی میراگر: برش پایه
۱۵۹شتاب ها و تغییرمکان های طیفی
۱۶۰خلاصه
۱۶۱مراجع و مأخذ
۱۶۳فصل سوم: سیستم های خطی متناسب شده میرا شده با چند درجه آزادی

۱۶۳	سیستم های MDOF میراننده.....	۳,۱
۱۶۳	پارامترهای ویژه سیستم های میراننده خطی.....	۱,۱,۳
۱۶۳	معادلات حاکم.....	۳,۱,۱
۱۶۵	پاسخ مودی ارتعاشات آزاد.....	۳,۱,۲
۱۶۷	پارامترهای مقادیر ویژه.....	۳,۱,۳
۱۶۹	بحث اجمالی در خصوص بردارها و ماتریس ها.....	۲,۱,۳
۱۶۹	بردار.....	۱,۲,۳
۱۶۹	نرم برداری.....	۲,۲,۳
۱۷۱	بردارهای متعامد.....	۳,۲,۳
۱۷۱	بردار واحد.....	۴,۲,۳
۱۷۳	فضای برداری.....	۵,۲,۳
۱۷۳	استقلال خطی.....	۶,۲,۳
۱۷۵	ماتریس متقارن و خارج قسمت ریلی.....	۳,۱,۳
۱۷۵	پارامترهای ویژه ماتریس های متقارن.....	۱,۳,۳
۱۷۷	خارج قسمت ریلی.....	۲,۳,۳
۱۸۰	سیستم های MDOF (چند درجه آزادی) متناسب میرا شده.....	۳,۲
۱۸۰	تحلیل مودال و روند تجزیه.....	۳,۲,۱
۱۸۰	معادله حاکم سیستم های MDOF میرا شده.....	۳,۲,۱
۱۸۱	مجزا کردن به روش خارج قسمت ریلی.....	۳,۲,۲
۱۸۳	تجزیه با روش انتقال خطی.....	۳,۲,۳
۱۸۵	ارتعاش زوال - آزاد.....	۳,۲,۲
۱۸۹	مشارکت مودی و کوتاه سازی.....	۳,۳
۱۸۹	ضریب مشارکت مودی.....	۳,۳,۱
۱۹۱	شاخص توزیع مودی.....	۳,۳,۲
۱۹۱	تئوری شاخص (اندیکاتور).....	۳,۳,۱
۱۹۳	واقعی سازی شاخص ها.....	۳,۳,۲
۱۹۴	محاسبه پاسخ برهم نهی مودال کوتاه شده.....	۳,۳,۳
۱۹۴	روند محاسبه.....	۳,۳,۱
۲۰۳	پاسخ های اوج.....	۳,۳,۴
۲۰۵	برش پایه و نیروی جانبی.....	۳,۴
۲۰۷	فرکانس طبیعی و تخمین شکل مود.....	۳,۵

۲۰۷ فرکانس طبیعی	۳,۵,۱
۲۱۰ تخمین شکل مود	۳,۵,۲
۲۱۳ ماتریس ضرب برای میرایی متناسب شده	۳,۶
۲۱۳ میرایی رایلی	۳,۶,۱
۲۱۳ Caughey	۳,۶,۲
۲۱۵ Caughey اصلاح میرایی	۳,۶,۳
۲۱۶ مودهای بیش فوق میرا شده	۳,۶,۴
۲۱۶ عبارت جایگزین میرایی متناسب	۳,۶,۵
۲۱۸ ماتریس میرایی متقارن تعمیم یافته	۳,۶,۵,۱
۲۱۸ خلاصه	۳,۷
۲۱۹ مراجع و مآخذ	
۲۲۱ فصل چهارم: سیستم های چند درجه آزادی (MDOF) با میرایی عمومی	
۲۲۲ معادلات حالت و حل سنتی آنها	۴,۱
۲۲۲ ماتریس حالت و تجزیه ویژه	۴,۱,۱
۲۲۲ معادلات حالت	۴,۱,۱,۱
۲۲۸ ماتریس همراه اشکال مودی	۴,۱,۲
۲۳۱ استقلال خطی و شرایط تعامد	۴,۱,۳
۲۳۵ روش میرایی مختلط	۴,۱,۴
۲۴۳ راه حل های دومین فضای مودی	۴,۱,۵
۲۴۳ تجزیه مودی	۴,۱,۵,۱
۲۴۴ روش محاسبه جایگزین	۴,۱,۵,۲
۲۵۰ طراحی میراگر برای سیستم های میرا شده غیر متناسب	۴,۲
۲۵۰ مسائل با طراحی میراگر عمومی	۴,۲,۱
۲۵۱ خلاصه راه حل سیستم میرا شده غیر متناسب	۴,۲,۲
۲۵۵ کوتاه سازی مودال برای سیستم های میرا شده غیر متناسب	۴,۲,۳
۲۵۶ زیرسیستم های فوق میرا شده	۴,۳
۲۵۶ مفهوم سیستم فوق میرا شده	۴,۳,۱
۲۶۲ طیف پاسخ طراحی برای زیرسیستم فوق میرا شده	۴,۳,۲
۲۶۲ مقدار طیفی	۴,۳,۲,۱
۲۶۳ ثابت فوق میرا شدگی	۴,۳,۲,۲
۲۶۷ پاسخ های سیستم های میرا شده عمومی و طیف طراحی	۴,۴

۲۶۹ روش دومین، n-فضا و آیین نامه های طراحی
۲۷۱ راه حل مودال در فضای n-بعدی
۲۷۶ کوتاه شدگی مودی برای سیستم کلی میراشده
۲۷۷ مشارکت مودی و ضابطه مودال
۲۷۷ ضابطه روی مود مختلط
۲۷۷ شاخص انرژی مودی
۲۷۹ ضریب مودی مختلط
۲۸۱ ضرایب مشارکت مودی
۲۸۲ مودهای نامتناسب میراشده
۲۸۲ مودهای متناسب میراشده
۲۸۴ زیرسیستم های فوق میرا شده
۲۸۴ نمادهای توزیع مودی
۲۸۴ نسبت جرم مودی
۲۸۸ نسبت انرژی مودال استاتیکی
۲۹۱ کوتاه شدگی مودی سیستم کلی میراشده
۲۹۲ بازسازی مودی برای طراحی میراگر
۲۹۶ طراحی میراگر بدون ماتریس سختی
۳۰۳ خلاصه
۳۰۴ مراجع و مآخذ
۳۰۵ فصل پنجم: اصول طراحی میراگر
۳۰۵ مدلسازی میرایی
۳۰۶ دسته بندی عمومی میرایی
۳۰۶ نسبت های میرایی سیستم ها
۳۰۸ نیروی میرایی سیستم ها
۳۱۰ میرایی دو خطی
۳۱۲ میرایی زیرخطی
۳۱۵ نسبت های میرایی موثر برای سیستم های (MDOF)
۳۱۶ میرایی تیموشنکو
۳۲۲ میرایی موثر مبتنی بر نیرو
۳۲۴ قانون مستطیلی، اتلاف انرژی ماکزیمم بازای هر وسیله
۳۲۴ اتلاف انرژی ماکزیمم، قانون مستطیل میرایی

۳۲۶	۵,۲,۲	کمترین ماکزیمم اتلاف ، قانون مستطیلی کار انجام شده لرزه ای
۳۲۶	۵,۲,۱	حداقل کار انجام شده توسط نیروی لرزه ای ماکزیمم
۳۳۰	۵,۲,۲	خطی بودن پاسخ های غیرخطی
۳۳۱	۵,۲,۳	ضریب کیفیت
۳۳۳	۵,۲,۴	مسائل وضعیت تعادل دینامیکی چندگانه
۳۳۴	۵,۳	تطابق (سازگاری) میرایی
۳۳۴	۵,۳,۱	مفهوم وفق پذیری میرایی
۳۳۸	۵,۳,۲	تابع شکل تغییرشکل
۳۳۹	۵,۴	پارامترهای طراحی و کنترل
۳۳۹	۵,۴,۱	سازه های میرایی پایین و میرایی بالا
۳۳۹	۵,۴,۱,۱	پارامترهای کنترل و طراحی سیستم های خطی
۳۴۲	۵,۴,۱,۲	ضرورت پارامترهای طراحی افزوده
۳۴۶	۵,۴,۲	مسائل نسبت های میرایی
۳۴۸	۵,۵	مسائل مرتبط با نیروی میرایی
۳۴۸	۵,۵,۱	میرایی قابل بازیابی و سیستم های خودمرکز گرا
۳۴۹	۵,۵,۱,۱	میرایی قابل بازیابی
۳۵۱	۵,۵,۱,۲	سازه های خودمرکز -گرا
۳۵۲	۵,۵,۱,۳	رابطه بین سختی و میرایی
۳۵۴	۵,۵,۲	فرکانس موثر و دمای میراگرها
۳۵۴	۵,۵,۲,۱	اثر خود - مرکزگرایی
۳۵۴	۵,۵,۲,۲	میرایی وابسته با فرکانس و وابسته به دما
۳۵۶	۵,۵,۳	طراحی میراگر با احتساب سختی تکیه گاهی
۳۵۶	۵,۵,۳,۱	مدلسازی
۳۵۹	۵,۵,۳,۲	تقریب
۳۶۳	۵,۵,۳,۳	سختی تکیه گاهی عمومیت (تعمیم) یافته
۳۶۵	۵,۵,۳,۴	ملاحظات طراحی
۳۷۱	۵,۵,۴	نصب میراگر
۳۷۴	۵,۶	خلاصه
۳۷۴		مراجع و مآخذ
۳۷۷		فصل ششم: عدم خطیت سیستم و میرایی سازه های نامنظم
۳۷۷	۶,۱	سیستم های غیرخطی

۳۷۷دسته بندی میرایی غیرخطی
۳۷۹پارامترهای کنترل و پارامترهای طراحی سیستم های غیرخطی
۳۸۳دسته بندی میراگر غیرخطی
۳۸۳تخمین اولیه متداول
۳۸۳دینامیک غیرخطی
۳۸۶استاتیک غیرخطی
۳۹۲مسائل مهندسی
۴۹۹سیستم های معادل خطی (SDOF)
۴۰۲ملاحظات میرایی غیر خطی سیستم های (MDOF)
۴۰۲میرایی غیرخطی جامع
۴۰۲ایده کلی طراحی میراگر غیرخطی
۴۰۴سازه تسلیم با میرایی مکمل: روش ساده سازی شده
۴۰۴قابلیت جمع پذیری نسبت میرایی
۴۰۵تخمین پررود
۴۰۶سیستم (MDOF) نامنظم
۴۰۶سازه های نامنظم
۴۰۶اثر پیکربندی سازه ای
۴۰۸تعاریف رایج
۴۰۹نامنظمی قائم
۴۱۰نامنظمی در پلان
۴۱۰محورهای اصلی سازه
۴۱۲آثار متقاطع
۴۱۳میرایی نامنظم
۴۱۳سختی-جرم منظم، میرایی نامنظم
۴۱۷ملاحظات طراحی برای میرایی نامتناسب
۴۱۸تخمین پاسخ با استفاده از طیف پاسخ
۴۱۹کمینه کردن نامتناسب میرایی
۴۱۹بحث بیشتر در خصوص معادله انرژی رایج
۴۱۹کمینه کردن انرژی پایستار
۴۲۲کمینه سازی نامتناسب بودن میرایی
۴۲۲نقش میرایی در سیستم های غیرخطی

۴۲۳سیستم های خطی	۶,۴,۱
۴۲۳طیف پاسخ کار لرزه ای و انرژی	۶,۴,۱,۱
۴۲۹خلاصه ای از اثر میرایی برای طراحی خطی	۶,۴,۱,۲
۴۳۲معادله انرژی در سیستم های خطی	۶,۴,۱,۳
۴۳۴محدودیت کنترل میرایی	۶,۴,۱,۴
۴۳۵میرایی غیرخطی و سیستم های غیرخطی	۶,۴,۲
۴۳۵اتلاف انرژی در سیستم های غیرخطی	۶,۴,۲,۱
۴۴۰نکاتی در خصوص طیف پاسخ غیرخطی	۶,۴,۲,۲
۴۴۰قانون ۰,۶۵ و ثابت Penzien	۶,۴,۲,۳
۴۴۴طیف غیرخطی	۶,۴,۲,۴
۴۴۴سازه های غیرالاستیک با شکل پذیری بزرگ	۶,۴,۳
۴۴۴سازه غیرالاستیک با میرایی مکمل	۶,۴,۳,۱
۴۴۵ضابطه بیش میرایی غیرخطی	۶,۴,۳,۲
۴۴۶اتلاف انرژی توسط میرایی ویسکوز و دو خطی	۶,۴,۳,۳
۴۴۸پاسخ های لرزه ای سازه های غیرالاستیک با میرایی ویسکوز	۶,۴,۳,۴
۴۴۸تغییر شکل انحراف دار سازه های غیرالاستیک	۶,۴,۳,۵
۴۵۰حلقه نیرو-تغییر مکان تغییر شکل غیرالاستیک	۶,۴,۳,۶
۴۵۲خلاصه	۶,۵
۴۵۲مراجع	
۴۵۵بخش سوم: طراحی میرایی الحاقی	
۴۵۷فصل ۷: طراحی میرایی خطی	
۴۵۷مرور روش های طراحی	۷,۱
۴۵۷فلسفه طراحی	۷,۱,۱
۴۵۸روش های طراحی برای سیستم های خطی	۷,۱,۲
۴۶۱روش ساده سازی شده سیستم های MSSP	۷,۲
۴۶۱توضیح کلی	۷,۲,۱
۴۶۲امکان سنجی کنترل میرایی	۷,۲,۲
۴۶۲سیستم های SDOF و MSSP	۷,۲,۳
۴۶۳روند طراحی مبنا	۷,۲,۴
۴۶۳تخمین پاسخ لرزه ای سازه اولیه	۷,۲,۴,۱
۴۶۹تعیین نسبت میرایی و ضریب میرایی	۷,۲,۴,۲

۴۷۰	مشخصات میراگر	۷,۲,۴,۳
۴۷۷	MDOF میراشده متناسب	۷,۳
۴۷۷	توصیف کلی	۷,۳,۱
۴۷۸	ضابطه برای انتخاب مودی	۷,۳,۲
۴۷۸	روند طراحی اساسی	۷,۳,۳
۴۷۸	تخمین پاسخ لرزه ای سازه ابتدایی	۷,۳,۳,۱
۴۸۳	تعیین نسبت میرایی و ضریب میرایی	۷,۳,۳,۲
۴۸۳	انتخاب میراگر	۷,۳,۳,۳
۴۸۹	طراحی سیستم های کلی میرا شده	۷,۴
۴۸۹	ضابطه برای سیستم های کلی میرا شده	۷,۴,۱
۴۸۹	روند طراحی مینا	۷,۴,۲
۴۹۰	تخمین پاسخ لرزه ای سازه با میراگر	۷,۴,۲,۱
۴۹۶	بازطراحی تجهیزات میرایی	۷,۴,۲,۴
۴۹۶	انتخاب میراگر	۷,۴,۲,۵
۴۹۸	مسائل طراحی میراگر	۷,۵
۴۹۸	سختی تکیه گاهی (Supporting Stiffness)	۷,۵,۱
۴۹۸	الزامات عمومی	۷,۵,۱,۱
۵۰۱	اصلاح میرایی غیر تیموشنکو	۷,۵,۲
۵۰۱	ایمنی، قابلیت اطمینان و مسائل نگهداری	۷,۵,۳
۵۰۲	مفهوم ایمن در برابر گسیختگی (Fail-safe System)	۷,۵,۳,۱
۵۰۲	نیروی ماکزیمم در میراگرها	۷,۵,۳,۲
۵۰۳	پایداری سیستم میراگر	۷,۵,۳,۳
۵۰۵	ترکیبات تجهیزات مختلف با هم	۷,۵,۳,۴
۵۰۶	ضرایب ایمنی	۷,۵,۳,۵
۵۰۹	قابلیت اطمینان و تعمیر و نگهداری	۷,۵,۳,۶
۵۰۹	ضریب میرایی عددی	۷,۵,۴
۵۰۹	مفهوم ضریب میرایی عددی B	۷,۵,۴,۱
۵۱۱	اصلاح طیف طراحی بر اساس گستره پریرود	۷,۵,۴,۲
۵۱۶	اصلاح SRSS شده	۷,۵,۵
۵۱۷	شتاب مطلق	۷,۵,۵,۱
۵۱۸	مودهای ناقص	۷,۵,۵,۲

۵۱۸	۷,۶ آیین نامه های طراحی میراگر
۵۱۹	۷,۷ خلاصه طراحی میرایی سیستم های خطی
۵۱۹	۷,۷,۱ گام عمده (۱) تصمیم گیری
۵۲۰	۷,۷,۲ گام عمده (۲) تحلیل مودی
۵۲۳	۷,۷,۳ گام عمده (۳) مقادیر طیفی
۵۲۳	۷,۷,۴ گام عمده (۴) پاسخ های مدل
۵۲۳	۷,۷,۵ گام عمده (۵) ضابطه میرایی مکمل
۵۲۴	۷,۷,۶ گام عمده (۶) نسبت میرایی طرح، مشخصات فنی وسیله میرایی، ارزیابی مجدد طراحی کل
۵۲۶	مراجع
۵۲۷	فصل ۸: میرایی غیرخطی
۵۲۷	۸,۱ توصیف کلی
۵۲۸	۸,۱,۱ شرط استفاده از میرایی مکمل
۵۲۸	۸,۱,۱,۲ مقدار میرایی
۵۲۸	۸,۱,۱,۳ نوع تجهیزات میرایی
۵۲۹	۸,۱,۱,۴ مدل هایی برای ارزیابی مجدد پاسخ های سازه ای
۵۲۹	۸,۱,۱,۵ شکل پذیری سازه ای
۵۳۰	۸,۲ انواع میرایی
۵۳۰	۸,۱,۲ انواع میرایی
۵۳۰	۸,۱,۲,۱ میرایی دو خطی
۵۳۱	۸,۱,۲,۲ میرایی زیرخطی
۵۳۲	۸,۱,۲,۳ تفاوت های اصلی بین میرایی دو خطی و زیرخطی
۵۳۲	۸,۱,۲,۴ سایر انواع میراگر
۵۳۲	۸,۱,۳ روش های طراحی
۵۳۳	۸,۱,۳,۱ سیستم های خطی معادل
۵۳۳	۸,۱,۳,۲ طیف پاسخ غیرخطی
۵۳۳	۸,۲ روش سیستم های خطی معادل با میراگرهای دو خطی
۵۳۴	۸,۲,۱ شرح کلی
۵۳۴	۸,۲,۱,۱ انتخاب مدل های طراحی
۵۳۴	۸,۲,۱,۲ تخمین پاسخ و دور اول طراحی یک میراگر
۵۴۲	۸,۲,۲ تخمین پاسخ
۵۴۲	۸,۲,۲,۱ معادله حرکت

۵۴۶ارزیابی مجدد پاسخ	۸,۲,۲,۲
۵۴۶مسائل طراحی	۸,۲,۳
۵۴۶SDOF سیستم های	۸,۲,۳,۱
۵۵۰MDOF سیستم های	۸,۲,۳,۲
۵۵۱خلاصه	۸,۲,۳,۳
۵۵۲مشخصات فنی میراگر	۸,۲,۴
۵۵۲پارامترهای اساسی	۸,۲,۴,۱
۵۵۶انتخاب میراگرهای دو خطی	۸,۲,۴,۲
۵۵۶روش سیستم های خطی معادل با میراگرهای زیرخطی	۸,۳
۵۵۶تعریف کلی	۸,۳,۱
۵۵۷تخمین پاسخ و دور اول طراحی میراگر	۸,۳,۱,۱
۵۵۸تخمین پاسخ	۸,۳,۲
۵۵۸محاسبات شکل مود	۸,۳,۲,۱
۵۵۸ارزیابی مجدد پاسخ	۸,۳,۲,۲
۵۶۲خلاصه طراحی ساده شده	۸,۳,۲,۳
۵۶۳مسائل طراحی	۸,۳,۳
۵۶۳SDOF: مود موثر	۸,۳,۳,۱
۵۷۰MDOF سیستم های	۸,۳,۳,۲
۵۷۲مشخصات فنی میراگر	۸,۳,۴
۵۷۲روش طیف پاسخ غیرخطی با میراگرهای زیرخطی	۸,۴
۵۷۲توصیف کلی	۸,۴,۱
۵۷۲پارامترهای کنترل و طیف پاسخ	۸,۴,۱,۱
۵۷۲تخمین پاسخ	۸,۴,۲
۵۷۵درون یابی های خطی	۸,۴,۲,۱
۵۷۷MDOF سیستم های	۸,۴,۲,۲
۵۷۸مسائل طراحی	۸,۴,۳
۵۸۳روش طیف پاسخ غیرخطی با میراگرهای دو خطی	۸,۵
۵۸۳توصیف کلی	۸,۵,۱
۵۸۳میرایی مکمل و سازه های غیرالاستیک	۸,۵,۱,۱
۵۸۴طراحی بر تغییر مکان	۸,۵,۱,۲
۵۸۷تخمین پاسخ	۸,۵,۲

۵۸۷	مرور	۸,۵,۲,۱
۵۸۸	تخمین پاسخ بر اساس طیف دو خطی	۸,۵,۲,۲
۵۸۹	طیف طراحی دو خطی	۸,۵,۲,۳
۶۰۳	مسائل طراحی	۸,۵,۳
۶۰۵	خلاصه	۸,۶
۶۰۶	تصمیم گیری ابتدایی	۸,۶,۱
۶۰۶	طراحی میرایی اولیه	۸,۶,۲
۶۰۶	تخمین پاسخ با مدل مناسب برای میرایی	۸,۶,۳
۶۰۶	پارامترهای یک سیستم SDOF	۸,۶,۳,۱
۶۰۷	تابع شکل و ضریب مشارکت مودی	۸,۶,۳,۲
۶۰۷	تکرار سعی و خطا	۸,۶,۳,۳
۶۰۷	انتخاب دستگاه میراگر	۸,۶,۴
۶۰۸	مراجع و مآخذ	
۶۰۹	واژه نامه تخصصی (انگلیسی به فارسی)	

مقدمه مترجمان:

کتاب پیش رو از جمله کتب تخصصی در زمینه دینامیک سازه و میرایی سازه ای می باشد. این کتاب در اول در حدود ۲۰ سال پیش به صورت ۳ جلدی توسط همین اساتید در دانشگاه Buffalo در NCEER منتشر شده بود و پیش از سال ۲۰۱۲ می بایستی از آن مراجع برای این اطلاعات استفاده می نمودیم. در سال ۲۰۱۲ این کتاب منتشر گردید و مطالب تکمیلی نسبت به ۳ جلد مذکور در خود داشت. الآن که در انتهای سال ۲۰۲۲ هستیم حدود ۱۰ سال از انتشار این کتاب می گذرد، اما نگرانی بابت قدیمی شدن مطالب وجود ندارد، زیرا این کتاب بر اساس منطق ریاضی و گردآوری مطالب بسیار گسترده دینامیک سازه و زلزله تهیه گردیده و تا کنون مطلب کاملتری از آن منتشر نشده است. جالب آنکه اگر ما آنرا ترجمه نمی کردیم، کسی به سراغ آن نمیرفت! ترجمه این کتاب چیزی در حدود ۱۷ ماه طول کشید و این افتخار را داریم که یک کتاب کاملاً تخصصی و مکمل در تحصیلات تکمیلی برای علاقه مندان رشته های مهندسی زلزله و سازه را ترجمه و تقدیم حضور دوستان بنماییم. این کتاب در واقع یک کتاب تخصصی دینامیک سازه ها می باشد که در حوزه کنترل ارتعاشات بسیار ارزشمند و مطالب آن مفید است.

اساتید نویسنده و ویراستار این کتاب در سطح و تراز اول جهان در این مباحث می باشند و مجموعه کتب ارزشمندی در این زمینه کار کرده اند. دکتر George C. Lee استاد برجسته دانشگاه SUNY، دکتر Zach Liang، Gary F. Dargush و Jianwei Song اساتید به نام دانشگاه Buffalo و دکتر Franklin Cheng که سرپرست ویراستاری این کتاب را به عهده داشتند، ایشان استاد برتر، محقق و مولف در زمینه مهندسی سازه، زلزله و دینامیک سازه های می باشند که هر محقق اسم ایشان، مقالات و کتب تخصصی ایشان را مطمئناً شنیده است. اساتید نام برده شده در زمینه تئوری و عملی حق بزرگی به گردن جامعه مهندسی عمران جهانی دارند و تحقیقات زیادی را صورت سالانه انجام داده و می دهند. همچنین انتشارات CRC یکی از معتبرترین نشرهای تخصصی دانشگاهی در زمینه مهندسی سازه و زلزله می باشد که هر کتابی را چاپ و نشر نمی دهد.

کتاب پیش رو از ۳ بخش کلی سیستم های ارتعاشی، اصول و راهنمای برای کنترل میرایی و طراحی میراگرهای الحاقی (تکمیلی) تشکیل شده است. کتاب از ۸ فصل جداگانه که کاملاً به همدیگر مرتبط می باشند تشکیل شده است که شامل فصول زیر می گردد:

فصل ۱: ارتعاش آزاد و هارتکین (همساز) سیستم های دارای تک درجه آزادی، فصل ۲: سیستم های با چند درجه آزادی با تهییج دلخواه، فصل ۳: سیستم های خطی متناسب شده میرا شده با چند درجه آزادی، فصل ۴: سیستم های چند درجه آزادی (MDOF) با میرایی عمومی، فصل ۵: اصول طراحی

میراگر، فصل ۶: غیرخطی سازی سیستم و میرایی سازه های نامنظم، فصل ۷: طراحی میرایی خطی، فصل ۸: میرایی غیرخطی

برای مطالعه این کتاب باید توجه داشته باشیم که مباحث تخصصی نیازمند پیش نیاز مطالعاتی دارد، بنابراین دانشجویان فوق لیسانس و دکتری یا محققین و علاقه مندان گرامی، با مطالعه بر روی دروس ریاضیات عالی مهندسی، تحلیل ماتریسی سازه ها، دینامیک سازه ها، مهندسی زلزله و در صورت امکان ارتعاشات تصادفی، بهره لازمه از این کتاب را می توانند ببرند. پیش از مطالعه این کتاب از خواننده محترم تقاضای مطالعه دیکشنری تخصصی انگلیسی به فارسی در انتهای کتاب را داریم، بنابراین در هنگام مطالعه کتاب شاید برخی عباراتی که مجبور به معادل سازی آنها در زبان فارسی شدیم به چشم آشنا بیاید و از سنگینی بحث بکاهد.

در این ۷ سال، کانال تلگرامی جداسازی لرزه ای، سیستم های میرایی (میراگر) انرژی و کنترل ارتعاشات به آدرس @Seismicisolation با بیش از ۱۵۷۰۰ مرجع به روز در رابطه با جداساز لرزه ای و میراگرهای انرژی، سازه، زلزله و ژئوتکنیک به همراه اصل مراجع انگلیسی و کتب مورد استفاده برای ترجمه این کتاب در آن موجود است که مخاطبین محترم می توانند از آن استفاده نمایند. این کتابخانه علمی، در زمینه تخصصی مورد پوشش خود، کاملترین کتابخانه فنی در دنیا به زبان انگلیسی می باشد. نسخه لاتین کتاب پیش رو به همراه هزاران منبع دیگر در کانال مذکور وجود دارد. در اوج دوران تحریم و کاستی ها، این کتابخانه تخصصی در خدمت تمامی عزیزان داخل و خارج کشور به صورت رایگان بوده است و تمامی اساتید و اهل فن با این کانال آشنایی دارند و آنرا به دانشجویان و محققان برای استفاده از منابع معرفی می نمایند.

ما نهایت تلاش شبانه روزی چندین ساله خود را برای کمک به مخاطبین محترم و ارتقاء سطح علمی کشورم در این سال ها بدون ریالی منفعت مالی در نشر دانشگاهی فرهمند انجام داده ام و امیدوارم از خروجی این مطالب به صورت علمی در پژوه های اجرایی کشور، خصوصاً توسط نسل جوان و با پتانسیل بالا مورد استفاده قرار گیرد. با ترجمه این آثار، از زندگی شخصی و جوانی مان زده ایم تا بتوانم این مراجع را تقدیم جامعه مهندسی عمران کشور نمایم و حس دین به گردنم به کشورم را ادا نمایم. زمانی و انرژی که بنده و همکارانم برای پدید آوردن و گردآوری این منابع می گذاریم با هیچ پولی قابل پرداخت و جبران نیست. فلذا امیدوارم، سخن کز دل برآید لاجرم بر دل نشیند.

در این جا بر خود لازم می دانم از مهندس علی حیدری (دوست ارزشمندم) که با تلاش زیاد در برگردان متون به فارسی زحمات زیادی را متقبل شده اند و آقای علیرضا فرهمندزادگان که زحمات کارهای گرافیکی و صفحه آرایی این اثر را کشیده اند و همیشه حامی ما در چاپ این آثار بوده اند، نهایت تشکر را بنمایم.

لطفاً برای انتقال پیشنهادات و انتقادات از طریق انتشارات فرمند به آدرس @farhamandpress یا کانال تلگرامی جداساز لرزه ای به آدرس @Seismicisolation یا آی دی تلگرامی @AlirezaSalehin در ارتباط باشید.
با بخشی از غزل استاد سخن، سعدی شیرازی این مقدمه را به پایان می رسانم.

حاصل عمر تلف کرده و ایام به لغو
گذرانیده، به جز حیف و پشیمانی نیست
سعدیا گرچه سخندان و مصالح گوی
به عمل کار برآید به سخندانی نیست

مهندس علیرضا صالحین، مهندس علی حیدری
زمستان ۱۴۰۱

مقدمه نویسندگان

امروزه، تحقیق در رابطه مهندسی زلزله، به اختصاص دادن زحمت و تلاش فراوان در مسیر پیوند الزامات عملکردی لرزه ای با تغییرشکل های بزرگ غیر الاستیک سازه ای می باشد. در همان زمان، سیستم های اصلاح پاسخ سازه ای (مشخصاً، سیستم های جداساز لرزه ای و اتلاف انرژی لرزه ای) به نحو گسترده ای مورد استفاده قرار گرفت. این انتظار بخردانه است که تمرکز تحقیق آتی در مهندسی بر اساس عملکرد، تلفیق نمودن مرزها برای عملکرد لرزه ای بهینه سازه ها باشد. مادامی که ایمنی، کارایی و هزینه برای دو مولفه تغییرشکل غیرالاستیک و کنترل پاسخ سازه ای مورد توجه باشد، میرایی سازه ای هسته اصلی حوزه این دانش می گردد. در این کتاب، پیشرفت های اخیر در میرایی سازه ای ارائه گردیده و کاربرد آنها در طراحی تجهیزات اصلاح پاسخ لرزه ای غیرفعال، به عنوان مکملی برای عمل به طراحی میرایی الحاقی برای میرایی با سطح بالا ارائه می گردد. به تلفیق با الزامات لرزه ای در این کتاب پرداخته نمی شود.

طراحی مقاوم لرزه ای با استفاده از میراگرهای الحاقی در زمینه حرفه مهندسی زلزله به طور گسترده و پیوسته ای در دهه های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. موارد عملی زیادی از کاربرد میراگرهای مختلف در سرتاسر دنیا، منجمله ایالات متحده آمریکا مورد استفاده قرار گرفته و طراحی میراگرها در ساختمان دارای بخشی ویژه در آیین نامه ها قرار گرفته است. امروزه، ابتداً طراحی میرایی بر اساس مفاهیمی از معادله انرژی، میرایی تناسب بندی شده موثر و طیف پاسخ خطی سیستم های تک درجه آزادی (SDOF) ساده سازی شده بنا نهاده شده است. این مفاهیم، همراه با فرضیات مربوط به آنها در این رابطه، این ایده را پشتیبانی می نمایند که نصب میراگرهای الحاقی در سازه ها، انرژی را مستهلک می نماید. میرایی غیرخطی با استفاده از تمهیدات خطی سازی یک نسبت میرایی موثر ارائه گردیده و برای تدوین روش طراحی میرایی اینطور فرض شده است که ضرایب میرایی سازه ها به صورت ماتریس های میرایی کلاسیک باشند. بعلاوه، اینطور فرض گردیده که شیوه های عملکرد احتمالاتی مورد استفاده برای رکوردهای زلزله را می توان از طریق مقیاس سازی تناسب بندی شده با دامنه آنها انجام داد.

این فرضیات این امر را برایمان میسر نموده است که برای طراحی میراگرهای الحاقی، یک روش طراحی را توسعه دهیم. البته این امر هنوز کاملاً به درستی درک نشده است که زمانیکه مقدار میرایی سازه ای در یک سطح مشخص کم باشد، برخی از این فرضیات به خوبی کار نمایند. هدف اصلی ابتدایی این کتاب فراهم آوردن بستر تئوریک در رابطه با میرایی در پاسخ دینامیکی سازه ها می باشد، به خصوص هنگامیکه سطح میرایی بالا بوده یا هنگامیکه غیرخطی بودن مقوله مهمی در طراحی باشد. هدف اصلی دوم این

کتاب فراهم آوردن اصول طراحی بر اساس طیف پاسخ و راهنمایی برای کاربردهای عملی تجهیزات میرایی برای کاهش ارتعاشات سازه ای ناشی از زلزله می باشد.

به طور کلی، پاسخ سازه های تحت تهییج لرزه ای، پردازش های دینامیکی می باشند. ۳ مولفه مقاوم در برابر بار زلزله وجود دارند که یکی از آنها نیروی میرایی می باشد. مادامی که تکنولوژی میرایی توسعه و پیشرفت داشته در مهندسی هوافضا و مکانیک در چند دهه اخیر، در میان مهندسی سازه نیز این علم محبوب شده و بخشی از تکنولوژی همراه با سازه های قرن بیست و یکم.

مادامی که توسعه و کاربرد تجهیزات اتلاف انرژی در مهندسی سازه رو به گسترش است، جمعی از مسائل و مباحث پایه ای مربوط به رفتار دینامیکی سازه های مجهز به میرایی الحاقی به عنوان یک سامانه، وجود دارد که نیاز به مطالعات و بررسی بیشتری دارد. محدودیت ها تاثیرات استفاده از تجهیزات اتلاف انرژی می بایستی مشخص و مقرر گردند. نیت این کتاب پر نمودن شکاف دانشی بوسیله کمک نمودن به مهندسان زلزله برای درک بهتر رفتار دینامیکی سازه ها و استفاده موثرتر آیین نامه های طراحی برای میراگرها می باشد.

بخشهای های کلیدی کتاب پیش رو در زیر خلاصه شده اند:

مفهوم سرراست تعریف طراحی میرایی " اتلاف انرژی بیشتر بوسیله افزودن میراگرها منجر به کاهش ارتعاشات انرژی باقی مانده در سازه می گردد، و بنابراین پاسخ سازه ای کاهش خواهد یافت " می باشد. که البته این عبارت همیشه صحیح نمی باشد. درجه ای بالا از میرایی در کاهش پاسخ سازه موثر نخواهد بود. در برخی از موارد، میرایی با سطح بالا، حتی می تواند پاسخ ها را تقویت نماید، بدین علت که سطح پاسخ سازه ای صرفاً به اتلاف انرژی موضعی (Local) ندارد، بلکه به انرژی ورودی و بازتوزیع آن نیز تاثیر گذار است. بنابراین، کمینه کردن انرژی پاستار سیستم مرتعش در سازه با میرایی الحاقی به طور کل و در اصل مناسب تر می باشد.

برخی مباحث بنیادین و پایه ای دیگر در رابطه با میرایی سازه ای به دقت مورد بررسی قرار گرفته است. این موارد شامل اصل ماکزیمم سازی اتلاف انرژی تحت حضور نیروی میرایی و تغییر مکان سازه ای مجاز می باشد، سازگاری اتلاف انرژی تجهیزات که می توانند در دامنه دینامیکی بزرگی در بارهای زلزله عمل نمایند، رفتار ویسکوالاستیک هر المان میرایی که سختی پشتیبان را فراهم می آورد به همراه در نظر گرفتن مسائل نصب آنها، میرایی تناسب بندی نشده که در طراحی واقعی می بایستی تا حد امکان کمینه گردد، محدودیت استفاده از نیروی میرایی که یک محدودیت مهندسی اجرایی فراتر از آنچه افزودن میرایی بیشتر ارائه می کند، مزیتش را از بین می برد و مشکل غیرخطی شدن میرایی و سختی که نمی توان آنرا با روش های طراحی امروزی به دقت تخمین زد. بعلاوه، یک اصل طراحی بر اساس انتشار انرژی مورد بحث قرار گرفته است، که به نحو مفیدی برای سیستم های چند درجه آزادی بکلی میرا شده (Generally damped MDOF) می تواند مورد استفاده قرار گیرد.

خصوصیات میرایی غیرخطی و سازه های غیرخطی در طراحی میرایی امری پیچیده می باشند. در این کتاب، غیرخطی شدن در ۳ مورد در نظر گرفته می شود. مورد اول شامل یک سازه خطی یا میرایی غیرخطی کوچک می باشد، مورد دوم برای سازه خطی با میرایی غیرخطی بزرگتر و سومین مورد متعلق به زمانی است که هر دوی سازه و میرایی غیرخطی می گردند. در رابطه با مورد اول، از آنجا که نیرویی میرایی کوچک است، تقریباً هر مدلی از خطی سازه را بدون تناقض و مشکل خاصی در طراحی می توان در نظر گرفت. در رابطه با مورد دوم، باید در انتخاب روش مناسب خطی سازی دقت نمود، استفاده از طیف طراحی غیرخطی را معمولاً می توان یک روش طراحی منطقی در نظر گرفت. در حالت سوم، روش های خطی سازی به نحوی که در بسیاری از آیین نامه های ساختمانی پذیرفته شده اند، نتایج بسیار غیر دقیقی را می توانند به همراه داشته باشند. روش هایی مانند روش تغییرمکان معادل (با استفاده از ضریب R)، روش انرژی معادل و روش پوش آور (بار افزون)، همگی محدودیت های خود را دارند. از آنجا که روش طیف طراحی غیرخطی نیازمند طیف پاسخ های بسیار زیادی می باشد (نه تنها برای سختی و میرایی مشخصه)، بلکه برای سطوح مشخصی از تهییج زمین، این روش در عمل کاربردی نمی باشد. بنابراین می بایستی از روش تحلیل تاریخچه زمانی استفاده نمود. آخرین روش ذکر شده با آنکه همیشه برای دو مورد اول قابل استفاده می باشد، دارای محاسبات بسیار سنگین و زمانبر می باشد و بنابراین برای استفاده روزمره در طراحی های عملی جذاب نمی باشد. بدین دلیل، روش تحلیل تاریخچه زمانی در بخش های این کتاب مورد توجه و بحث قرار نمی گیرد.

دو مدل روش طراحی در این کتاب آورده شده است. روش نخست طیف پاسخ طراحی می باشد. به خصوص، این روش بوسیله ضریب ساده کننده اصلاح گردیده که آن طیف های نسبت میرایی چند مورد ارتعاشی اول سازه می باشد. برای خوانندگان آشنا به روش طیف پاسخ طراحی برای یک سیستم تک درجه آزادی، هنگامیکه میرایی کوچک بوده و پاسخ های سازه ای در محدوده ارتجاعی می باشند، این روش یک طراحی مناسب است. روش اصلاح شده مواردی را نشان می دهد که در آنها میرایی بزرگتر و غیرخطی می باشند. در این رابطه نیز مثال هایی آورده شده است.

نوع دوم طراحی میرایی هنگامیکه مواردی حائز اهمیت باشد، بر اساس روش تحلیل تاریخچه زمانی است. این مورد حائز اهمیت عبارتند از چگونگی انتخاب و مقیاس نمودن رکورد های زلزله سازگار با طیف پاسخ باشد، دقت مدلسازی میراگرها همچنانی که سیستم سازه-میراگر هر دو سیستم های الاستیک یا غیرالاستیک باشند و تفسیر تحلیل های تاریخچه زمانی و مقادیر حداکثر.

مسائل زیادی در رابطه با میرایی بزرگ در طراحی سیستم های محافظ در برابر زلزله وجود دارد. برخی از آنها شامل تئوری های پایه ای می باشند، مادامی که سایر موارد به جزئیات اجرایی بر می گردند (از جمله نصب تجهیزات میرایی). در این کتاب، تمرکز اصلی ابتدا بر روی مسائل پایه ای و بنیادی است. بر مبنای اصول پایه ای تشریح نکات فنی و روند طراحی مرحله به مرحله توسعه داده شده است. این موارد بنیادین به مواردی که در آنها گستره اصول دینامیک سازه ها محدود شده است، علاوه بر این توجه به مواردی همچون انتخاب میراگر، مشخصات میراگر و نصب آنها نیز باید صورت گیرد.

ساماندهی این کتاب به شرح پیش رو می باشد. بخش نخست یک پایه و اساس برای سیستم های چند درجه آزادی به کلی میرا شده را با تاکید بر نیروی میرایی، اتلاف انرژی و امپدانس سازه ای (که در دینامیک سازه ها و کنترل میرایی پر اهمیت می باشد) فراهم آورده است. در فصل ۱، موارد پراهمیت پیش زمینه سیستم های تک درجه آزادی خطی شامل مفاهیم فرکانس طبیعی و نسبت میرایی معرفی گردیده اند. ارتعاشات آزاد و اجباری هارتکین مورد بحث قرار گرفته اند و مفاهیم نیروی میرایی و اتلاف انرژی به نحو سیستماتیک توضیح داده شده اند. تاثیر میرایی بر ارتعاشات آزاد و هارتکین مرور شده است. میرایی موثر (به نحوی که توسط تیموشنکو به صورت سیستماتیک توصیف گردیده بودند) فرمول پایه ای می باشد که برای در حال حاضر برای طراحی میراگر مورد استفاده قرار می گیرد. این مفهوم تحلیل شده و بر پایه یک روش بر اساس نیرو جایگزین برای خطی سازی میرایی نیز مهیا گردیده است. در بخش ۲، تهییجات فرضی برای سیستم های یک درجه آزادی شامل تهییجات پریودی، گذرا و تصادفی در نظر گرفته شده و این ۳ تهییج فرضی و پاسخ های متعاقب سیستم ها و ابزار ریاضیاتی تک درجه آزادی آنها معرفی گردیده اند. به طور مشخص، سری های فوریه و تبدیلات فوریه/لاپلاس که روش های (رهیافت های) پایه برای ارائه سیگنال های ارتعاشی می باشند، مرور گردیده اند. تبدیلات انتگرالی، در نظر گرفتن یک ایده متفاوتی را مجاز می شمارند. اینطور است که نگاه در دامنه فرکانسی به عنوان یک مدل ارتعاشی مودال مشاهده می شود، از آنجا که پاسخ مستقیم سیستم، مدل پاسخ در دامنه زمان (Time Domain) را فراهم می آورد. بعلاوه، برای به حساب آوردن ارتعاشات تصادفی، مفاهیم تحلیل همبستگی و تحلیل طیفی ارائه می گردند. این ابزار ریاضیاتی ضروری در مابقی کتاب به خدمت گرفته می شوند. در آخرین بخش این فصل، پاسخ زلزله با تمرکز عمده بر طیف پاسخ مورد بحث قرار می گیرد. مجدداً، تاثیر میرایی نیز مورد توجه قرار می گیرد.

در فصل ۳، سیستم های چند درجه آزادی خطی با میرایی نسبت بندی شده تعریف می شوند. نخست، سیستم میرانشده مورد آزمون قرار گرفته و روش پایه ای تجزیه ویژه (eigen-decomposition) در نظر گرفته می شود. مفهوم خارج قسمت رایلی (Rayleigh quotient) به عنوان اساس تحلیل مودال معرفی گردیده است. آنگاه، پیرو تحلیل مودال و تجزیه سیستم (system decoupling) میرایی تناسب بندی شده (proportional damping) مورد بحث قرار گرفته است. برای کاربردهای عملی، مشارکت مودی، برش مودی (modal truncation) و تخمین پارامتر مودال و همچنین چندین شکل از ماتریس های میرایی تناسب بندی شده ارائه شده است.

سیستم هایی با میرایی تناسب بندی نشده و بیش میرا شده در فصل ۴ مورد بحث قرار گرفته اند. با وجود اینکه بیشتر سازه ها کم و بیش به طور کلی میرا شده اند، صرفاً معادلاتی که جنبه عملی دارند، معرفی شده اند. توسعه های تئوریک سیستم های چند درجه آزادی عمومی میرا شده (generally damped MDOF systems) در این ژرفای با اهمیت پوشش داده نشده اند، اما در مراجع دیگری

همچون Liang 2007 موجود می باشد. بعلاوه، توضیحات برای کاربرد مهندسی اصول تئوریک و مثال های طراحی نیز گرد آوری شده اند.

بخش دوم، برخی اصول و راهنماهایی برای طراحی کنترل میرایی را معرفی می نماید. تمرکز بر روی استفاده از نیروی میرایی به صورت دقیق تر و موثرتر در طراحی سازه هایی با میرایی الحاقی (تکمیلی) می باشد. در فصل ۵، اصول بنیادین طراحی میراگر و تجهیزات میرایی و غیره اراده شده اند. گروه اول اصول با میراگرهای مختلف پیوند دارند. این امر شامل مدلسازی عمومی نیروی میرایی میراگرها و پارامترهای میرایی سازه ها با میراگرها الحاقی (افزوده) می باشد. نسبت میرایی موثر تیموشنکو مورد استفاده به صورت متداول بر اساس انرژی و یک روش جایگزین برای نسبت میرایی موثر بر اساس نیروی میرایی می باشد. ماکزیمم انرژی اتلاف شده برای هر تجهیز (میراگر) در سیکل که به قانون مستطیلی (شکل) منتهی می گردد، یک روش طراحی میرایی بهینه و حد بالایی (upper limit) برای کنترل ارتعاشات را مهیا می نماید. تطبیق پذیری میرایی (damping adaptability) یک قاعده پایه ای دیگر برای انتخاب میراگر می باشد را ارائه می نماید. نسبت میرایی از پارامترهای فیزیکی سیستم کلی و تاثیر پارامترهای سازه ای در تاثیرگذاری بر نسبت میرایی تاثیر گرفته است. شباهت و تفاوت طیف پاسخ و سختی دینامیکی که یک قاعده جایگزین را علاوه بر طیف پاسخ (به عنوان ضابطه طراحی) را فراهم آورده و رابطه بین میرایی و سختی که معمولاً در طراحی میراگرها در عمل از آن چشم پوشی می گردد.

فصل ۶ ادامه ای از بحث اصول طراحی می باشد، اما تمرکز بر روی غیرخطی شدن و نامنظمی میرایی کل سیستم سازه های با میرایی الحاقی می باشد. جنبه های مثبت و منفی روش های طراحی میراگر ساده سازی شده که در حال حاضر مورد استفاده می باشند، معرفی و مورد بحث قرار گرفته است. در روش طراحی ساده سازی شده، طراحان الزامی به بدست آوردن اشکال دقیق مودی برای مودهای بالاتر از مود غالب را ندارند، نه اینکه شکل مود اول را به دقت حساب نمایند. در هر حال، برای سیستم هایی با میرایی بزرگتر توجه ویژه ای را می بایستی به کار بست. این توجهات ویژه منتج به اصلاحات روش ساده سازی شده مورد استفاده بر اساس طیف پاسخ طراحی می گردد. این اصلاحات پیشنهادی در ضوابط NEHRP 2009 ارائه گردیده و در بخش ۳ مورد بحث قرار گرفته است.

به طور کلی، بخش ۳ روش های طراحی با جزئیات بیشتری را بر اساس دسته بندی مشخص تجهیزات میرایی فراهم آورده است. در این کتاب، میراگرها بر اساس خطی بودن و نرخ وابستگی آنها دسته بندی شده اند تا توسعه بیشتر راهنماهای طراحی در یک راستای منطقی (به جای وابستگی آنها به تغییر مکان یا سرعت) تسهیل گردد. فصل ۷ به میرایی خطی و میرایی غیرخطی خطی شده می پردازد. هنگامیکه میرایی الحاقی به اندازه کافی بزرگ نیست، این روش (به حفظ دقت بالا) قویاً می تواند حجم محاسبات را کاهش دهد. روش طراحی ساده سازی شده آیین نامه های متداول توضیح داده شده است. مادامی که منطق طراحی کمابیش همانند همین آیین نامه ها باشد، اینطور تخمین زده می شود که پیشرفت هایی

در روند طراحی حاصل گردد. بخش اول فصل ۷ ارائه دهنده یک روش برای استفاده سیستم های تک درجه آزادی می باشد که مستقیماً به طیف طراحی مرتبط می باشد. این روش اساس سرتاسر پردازش طراحی ساده سازی را ارائه می نماید، بعلاوه، تخمینی اولیه از مقدار میرایی الحاقی که می بایستی مورد استفاده قرار بگیرد را محیا می کند. سازه های چندین طبقه تک پیودی (MSSP) و چند مودی به عنوان پلتفرم اصلی برای توسعه راهنماهای طراحی معرفی می گردند. بخش ۷ همچنین در رابطه میرایی خطی عمومی بیشتر خواهد پرداخت.

هنگامیکه میرایی مکمل به اندازه کافی بزرگ باشد که از ایرادات معرفی شده در بخش پردازش خطی سازی جلوگیری نماید، میرایی غیرخطی را می بایستی در نظر گرفت. این امر در فصل ۸ مورد ارزیابی قرار گرفته است. یک نمونه پاسخ غیرخطی در رابطه فرم متوازی الاضلاع نیرو-تغییر مکان به عنوان میراگر دو خطی ارجاع داده شده است. برای تخمین پاسخ های سازه ای، طیف پاسخ سازه ای دو خطی مخصوص مورد استفاده قرار می گیرد. بعلاوه برای به دست آوردن محورهای پاسخ سیستم های چند درجه آزادی غیرخطی، تفکیک شتاب و تغییر مکان اجرا شده و ترکیب چند مود موثر اول بدست می آید. در فصل ۸، یک مدل مهم دیگر میراگر (میراگر زیرخطی) با استفاده از طیف پاسخ زیرخطی مورد بحث و توضیح قرار گرفته است. برخلاف میرایی دو خطی، که در آن تمامی مودهای موثر مورد نظر را می توان دو خطی درآورد، میرایی زیرخطی به ندرت اطلاعات دقیق برای مودهای بالاتر را ارائه می نماید. بنابراین، یک روش جایگزین برای یک سیستم چند درجه آزادی خطی معادل که احتمالاً بکلی میرا شده است، مورد استفاده قرار می گیرد. مراحل طراحی همراه با جزییات بر اساس نرمالیزه کردن شکل مود (اندیس های بکلی میرا شده) و محاسبه پاسخ، همچنین انتخاب مشخصات میراگر مورد بحث قرار گرفته است. برای سیستم های زیرخطی، یک روند طراحی تکرار شونده برای سازه میرا شده غیرخطی نیز بحث گردیده است. این امر نیازمند شناسایی مدل، طراحی اولیه و تخمین پاسخ می باشد. توجه داریم که تخمین بر پایه طیف پیشنهاد شده در این فصل محاسبات ساده سازی شده حجم محاسباتی به طور ملاحظه ای کمتر را ارائه نموده است. این روش طراحی می بایستی برای اطمینان بیشتر، موثرتر شدن استفاده از میراگر و بهینه سازی هزینه، با روش تحلیل تاریخچه زمانی مورد استفاده قرار گیرد.

موارد پوشش داده شده در بخش ۳ ناقص می باشند. بیش از اینها مطلب برای بررسی وجود دارد. از آنجا که بیشتر متخصصین طراحی با آیین نامه های طراحی (مانند NEHRP 2009) آشنایی دارند، یک روشی که در ضوابط NEHRP با توصیه ها و یادداشت ها همراه است را در مطالب فصول ۷ و ۸ گنجانده ایم. این امید می رود که اطلاعات ارائه شده به عنوان مکملی برای ضوابط موجود NEHRP مورد استفاده قرار گیرد. واضح است که چالش های تحقیقات و توسعه زیادی در جامعه محققین مهندسی زلزله و گروه های مولف حرفه ای آیین نامه ها هنوز باقی مانده است. این کتاب امیدوار است که برای روشن نمودن برخی از تحقیقات مورد نیاز در آینده مفید واقع گردد.

مطالب گردآوری شده در این کتاب به مرور توسط نویسندگان در طی ۲۰ سال اخیر با همبستگی فعالیت های تحقیقاتی با NSF و FHWA از طریق NCEER و بعد از آن از طریق MCEER (وابسته به دانشگاه Buffalo) صورت گرفته است. در ادامه نویسندگان از افراد ارزشمند زیر برای همکاری و توسعه علمی و عملی در رابطه با موضوع این کتاب تقدیر و تشکر ویژه ای را می نماید:

Samuel P. Capen (University at Buffalo), professors Joseph Penzein (University at California, Berkeley) and Masanobu Shinozuka (University of California), Irvine (University at Buffalo) professors Michael Constantinou, Andre Filiatrault, Andrei Reinhorn, T. T. Soong, and Andrew Whittaker (University at Buffalo) Jane Stoyale Welch, Shuchuan Zhang, Nasi Zhang, Yihui Zhou, Hao Xue, Dezhang Sun, and Chao Huang.

Zach Liang, George C. Lee, Gary F. Dargush, and Jianwei Song

University at Buffalo

State University of New York

بخش اول:

سیستم های ارتعاشی

در بخش اول، مفاهیم اساسی برای مدلسازی سازه ها تحت تهییج دینامیکی ارائه می گردند. سیستم های سازه ای بواسطه مدل های با تک و چند درجه آزادی تحت تهییج های آزاد و اجباری در نظر گرفته می شوند. مسئله مقادیر ویژه مربوطه تا حدی هم برای موارد میرایی متناسب و هم غیرمتناسب آزموده می شوند.

بخش ۱ تئوری های ضروری و فرمولی را برای طراحی میراگر ارائه می نماید. برای توصیف متقارن مفهوم اساسی دینامیک سازه ای، بویژه برای سیستم با چند درجه آزادی با میرایی بزرگ، مصالح بحث شد طوری چیده می شوند که از منطق خود-تکاملی در هر دو نظریه ریاضی و ارتعاش تبعیت کنند.

فصل اول:

ارتعاش آزاد و هارتکین (همساز)

سیستم های با تک درجه آزادی^۱

تمرکز اصلی این کتاب روی نظریه، اصول و روش های طراحی تکنولوژی های تشدید پاسخ زلزله یا سیستم های حفاظتی زلزله است. بویژه، تاکید خاصی روی کاربرد تجهیزات میرایی متنوع در کنترل ارتعاش لرزه ای سازه های مهندسی عمران وجود دارد. در این فصل، برخی مفاهیم اساسی و معادلات حاکم سیستم های با تک درجه آزادی بازبینی می شوند که بطور کل بعنوان دانش پایه برای مفاهیم پیشرفته میرایی و دینامیک سازه ای استفاده می شوند. در حالی که سعی شده تا حد ممکن این ارائه جامع باشد، برخی توضیحات جزئی که در کتاب های مرجع دینامیک سازه ای استاندارد یافته می شوند، در این کتاب نیامده است (Inman 2007; Chopra 2006; Clough and Penzein 1993).

۱،۱ مدل سیستم های ارتعاش خطی SDOF

۱،۱،۱ معادله حرکت و پارامترهای اساسی دینامیکی

هنگامیکه یک سازه یا سیستم تحت اثر بار دینامیکی قرار دارد، که تحت اثر بار متغیر با زمان است، دارای پاسخ های متغیر با زمان خواهد بود. دامنه های پاسه نه تنها به تهییج های بیرونی بستگی خواهد داشت، بلکه تابعی از خود سیستم خواهد بود. این سیستم دارای سه نوع نیروهای داخلی خواهد بود: نیروی داخلی، نیروی میرایی و نیروی بازگرداننده که ممکن است بطور مفهومی با سیستم خطی میراگر-جرم-فنر ($m-c-k$) نشان داده شده در شکل 1.1a یا یک مدل ساختمان یک طبقه مطابق شکل 1.1b نشان داده شود. بطور کلی، چنین سیستمی که حاوی فقط یک جرم بوده و از این رو فقط یک متغیر تغییر مکان دارد، به عنوان یک سیستم SDOF شناخته می شود. این سیستم ساده دینامیکی محل بحث این فصل است.

۱،۱،۱ تعادل نیروهای ارتعاشی

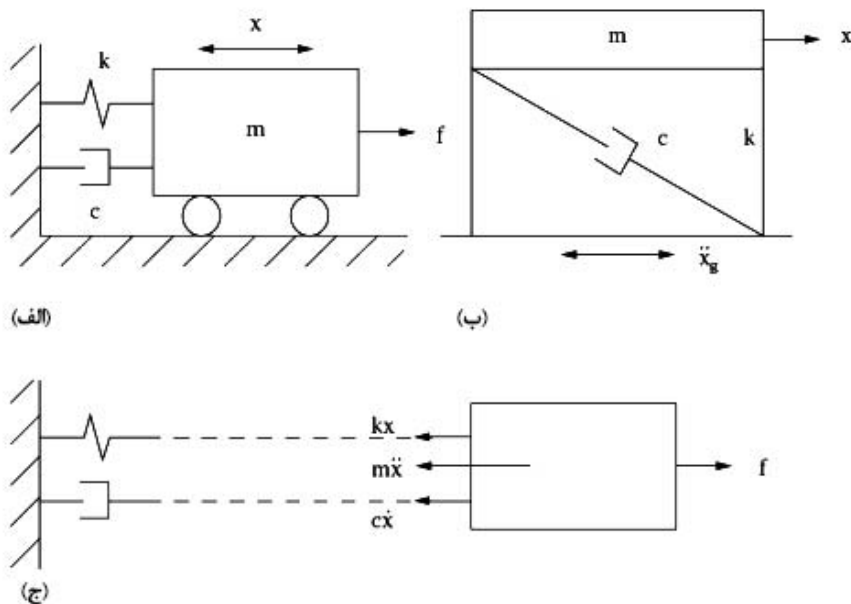
سیستم $m-c-k$ خطی SDOF را می توان مطابق شکل 1.1.c مدل نمود. با استفاده از اصل دالامبر، جمع تمامی نیروهای موثر بر جرم باید در تعادل باشد که در آن با \ddot{x} حاصلضرب جرم m در شتاب به

¹¹ - Single Degree of Freedom (SDOF)

عنوان نیروی اینرسی برخورد می شود. از این رو، از لحاظ ریاضی، ارتعاش خطی SDOF را می توان با معادله حرکت بدست آمده از طریق متعادل نمودن نیروهای مختلف تعریف نمود

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1.1)$$

M ، C و k به ترتیب جرم، ضریب میرایی ویسکوز خطی و سختی می باشند. فرض می شود که تمامی آنها در معادله ۱،۱ ثابت هستند و اینکه در شکل 1.1b پارامترهای C و k مبین ضریب میرایی و سختی سازه می باشند. در این حال، $\dot{x}(t)$ ، $\ddot{x}(t)$ و $x(t)$ شتاب، سرعت و تغییر مکان می باشند و نشانگر توانی (.) و (̇) به ترتیب نشانگر مشتق جزئی اول و دوم نسبت به زمان t هستند. در سمت راست معادله، $f(t)$ نشانگر تابع موثر خارجی است. در مهندسی زلزله، $x(t)$ نشانگر جابجایی نسبی بین جرم و زمین است. از این رو، شتاب، سرعت و تغییر مکان و تابع اعمال نیرو تماماً متغیرهای زمانی بوده، نماد t در اینجا استفاده می شود. در ادامه، برای سهولت، نماد (t) ممکن است بارها حذف شود. توجه داریم که معادله ۱،۲ یک معادله دیفرانسیل معمولی درجه ۲ خطی با ضرایب ثابت است.



شکل ۱،۱ سیستم ارتعاشی (الف - ج) SDOF

در معادله ۱،۱ سمت چپ از سه نیروی داخلی تشکیل می شود که نیروی خارجی f را متعادل می کنند. جمع نیروی داخلی کلی می تواند f_i نامیده شود، بنابراین:

$$f_i = m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) \quad (1.2)$$

برخی دیگر از گروه بندی های نیروهای ارتعاشی مورد توجه هستند. برای مثال، ترکیب نیروهایی غیر از نیروهای مرتبط با تهییج خارجی و نیروی ایجاد شده توسط شتاب می تواند نیروی سازه ای f_s نامیده شود. بنابراین،

$$f_s = c\dot{x}(t) + kx(t) \quad (1.3)$$

بطور مشابه نیروی اینرسی، بصورت ($m > 0$)

$$f_i(t) = m\ddot{x}(t) \quad (1.4)$$

در مفهوم مهندسی زلزله، $f_i(t)$ نیروی اینرسی ایجاد شده توسط تهییج زمین است. نیروی میرایی را همچنین می توان به شکل میرایی ویسکوز خطی بصورت ($c \geq 0$) نوشت:

$$f_d(t) = c\dot{x}(t) \quad (1.5)$$

به علاوه، فنر خطی یا نیروی بازگرداننده بصورت زیر ارائه می شود ($k > 0$)

$$f_r(t) = kx(t) \quad (1.6)$$

با مقایسه معادله ۱،۵ و ۱،۶ با معادله ۱،۳، مشاهده می شود که نیروی سازه ای ترکیبی از نیروهای میرایی و بازگرداننده است. سختی و میرایی اعضای سازه ای، به همراه میراگرهای الحاقی شده در این نیروی سازه ای مشارکت می کنند. در بخش بعدی، مشاهده خواهد شد که نیروی سازه ای برای مقابله با بار زلزله ایجاد شده بواسطه نیروی اینرسی مطلق، یک مفهوم مهم در طراحی میراگرها استفاده می شود.

۱،۱،۱،۲ پارامترهای اساسی مدل فیزیکی

از آنجا که $m \neq 0$ ، شکل های تکین^۲ و همگن معادله ۱،۱ می تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m}\dot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0 \quad (1.7)$$

از آنجا که هر دوی m و k مثبت هستند، نسبت k به m می تواند بصورت عبارت مشب ω_{2n} ،

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2 \quad (1.8)$$

نوشته شود. عبارت $2\xi\omega_n$ برای اشاره به دو برابر نسبت c/m استفاده می شود. بنابراین،

$$\frac{c}{m} = 2\xi\omega_n \quad (1.9)$$

یا

$$c = 2\xi\omega_n m \quad (1.10)$$

بطوریکه

$$k = \omega_n^2 m \quad (1.11)$$

در اینجا ξ نسبت میرایی و ω_n فرکانس طبیعی زاویه ای سیستم تعریف شده در معادله ۱،۷ است. از رابطه بالا داریم:

^۲ - تکین Monic

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.12)$$

و

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{c}{2\omega_n m} \quad (1.13)$$

طبیعت سیستم $m-c-k$ را می توان بدون در نظر گرفتن نیروی خارجی مطالعه نمود و مدل $m-c-k$ اغلب موسوم به مدل فیزیکی می باشد. علاوه بر فرکانس طبیعی زاویه ای ω_n ، فرکانس طبیعی f_n نیز اغلب برای نشان دادن اینکه چه تعداد سیکل را سیستم در هر واحد از زمان ارتعاش می کند معمولاً به ثانیه، استفاده می شود. بنابراین،

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \omega_n \quad (1.14)$$

در بسیاری موارد، برای سهولت، هنگامیکه ω_n و f_n خیلی نزدیک باشند، فقط بصورت معادله ۱،۱۴ متمایز می شوند. هر دوی آنها به صورت فرکانس طبیعی تعریف می شوند. با این حال توجه داریم که واحد ω_n رایدان بر ثانیه (rad/s) است و f_n ثانیه^{-۱} (1/s) یا هرتز می باشد. f_n دارای واحد ثانیه بود و به عنوان پریود طبیعی تعریف می شود، بنابراین:

$$T_n = 1/f_n \quad (1.15)$$

برای سیستم های SDOF، مشاهده می شود که پارامترهای اساسی ضرایب جرم، میرایی و سختی هستند. البته فرکانس طبیعی در تعریف سیستم ارتعاشی SDOF پارامتر بسیار مهمی است. از معادلات ۱،۸ تا ۱،۱۲ مشخص تر می شود که مقدار فرکانس طبیعی به تنهایی با سختی K تعیین گردیده که به انرژی پتانسیل و جرم m وابسته است که با انرژی سینماتیکی هنگامیکه سیستم ارتعاش می کند، مربوط است. به عبارت دیگر، یک سیستم به علت تبادل انرژی های پتانسیل و سینماتیکی ارتعاش می نماید.

مثال ۱،۱

تصور نمایید که ساختمانی با یک سیستم SDOF میرا نشده مدل گردد. هنگامیکه تجهیزات به وزن ۱۰۰ تن به سمت ساختمان حرکت می کند، پریود طبیعی مربوطه برابر $T_1 = 1.46s$ است. زمانیکه تجهیزاتی به وزن ۱۰۰ تن به داخل حرکت داده می شود، پریود داخلی به ۱،۵ ثانیه افزایش پیدا می کند. جرم و سختی سیستم ساختمانی SDOF را تعیین نمایید؟

جرم و سختی ساختمان با m و k نشان داده می شوند. جرم ۱۰۰ تنی اول با m_1 و کل جرم اضافی ۲۰۰ تنی با m_2 نشان داده می شود. همچنین، فرکانس هاس طبیعی خود ساختمان، ساختمان با جرم اول 100 تنی و ساختمان با جرم اضافی ۱۰۰ تن با ω_n و ω_1 به ترتیب نشان داده می شوند، آنگاه:

$$\sqrt{\frac{k}{m+m_1}} = \omega_1$$

$$\sqrt{\frac{k}{m+m_2}} = \omega_2$$

بنابراین

$$k = (m+m_1)\omega_1^2$$

و

$$k = (m+m_2)\omega_2^2$$

بنابراین از معادلات فوق داریم:

$$(m+m_1)\omega_1^2 = (m+m_2)\omega_2^2$$

یا

$$m = \frac{m_1\omega_1^2 - m_2\omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} = \frac{m_1T_1^{-2} - m_2T_2^{-2}}{T_2^{-2} - T_1^{-2}} = \frac{m_1T_2^2 - m_2T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} = 1,700 \text{ (t)}$$

به علاوه

$$k = (m+m_1)\omega_1^2 = (m+m_1)\frac{4\pi^2}{T_1^2} = 33,343 \text{ (kN/m)}$$

بنابراین، فرکانس طبیعی ساختمان تنها، عبارت است از:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

بصورتیکه

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.7 \text{ (Hz)}$$

مثال ۱,۲

یک ساختمان جداسازی شده لرزه ای را که می تواند به صورت یک سیستم تک درجه آزادی با میرایی کم (underdamped) تصور شود با $K = 19935 \text{ (KN/m)}$ و $m = 2000 \text{ t}$ در نظر بگیرید. در بخش های بعدی، مفهوم سیستم از با میرایی کم و سیستم جداسازی پایه بطور مفصل تشریح خواهد شد. با وجود تکیه گاه جداسازی لرزه ای، نسبت میرایی برابر ۱۳٪ اندازه گیری می شود. با این حال، با توجه به طراحی، یک نسبت میرایی ۳۰٪ نیاز است. بنابراین، مهندس طراح تصمیم می گیرد که از یک میراگر ویسکوز خطی برای افزایش نسبت میرایی استفاده نمایند. ضریب میرایی مورد نیاز را حساب نمایید؟

ضریب میرایی اولیه می تواند بصورت زیر محاسبه شود:

$$c_0 = 2 \times 0.13 \sqrt{mk} = 1,600 \text{ (kN-s/m)}$$

نسبت نسبت میرایی اولیه ζ_0 به نسبت میرایی مورد نیز ζ_{DESIGN} برابر است با:

$$\gamma = \xi_0 / \xi_{\text{design}} = 0.13 / 0.3 = 0.43$$

بنابراین ضریب میرایی مورد نیاز C بصورت زیر محاسبه می شود:

$$c = c_0 \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right) = 1600 \times 1.3077 = 2,093.3 \text{ (kN-s/m)}$$

۱،۱،۱،۳ معادله مشخصه و مدل مودی

برای جستجوی پاسخ های معادله دیفرانسیلی همگن فرض نمایید که:

$$x(t) = Ae^{\lambda t} \quad (1.16)$$

A دامنه تغییر مکان است. آنگاه با جایگذاری معادله ۱،۱۶ در معادله ۱،۷ می توان تعیین کرد که آیا یک جواب ممکن تشریح شده با معادله ۱،۱۶ وجود دارد. ایده استفاده از چنین فرضی مطابق معادله ۱،۱۶ موسوم به روش نیمه محدود می باشد. در اینجا λ یک عدد مختلط است که معنی فیزیکی آن بعداً تشریح می شود. با کمک معادله ۱،۱۶ داریم:

$$\dot{x}(t) = \lambda Ae^{\lambda t} \text{ and } \ddot{x}(t) = \lambda^2 Ae^{\lambda t} \quad (1.17)$$

با جایگذاری معادلات ۱،۱۶ و ۱،۱۷ علاوه بر معادلات ۱،۸ و ۱،۹ در معادله ۱،۷ داریم:

$$(\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2)Ae^{\lambda t} = 0 \quad (1.18)$$

چون $Ae^{\lambda t}$ برابر صفر نمی باشد، هر طرف معادله ۱،۱۸ به این عامل تقسیم شده و نتیجه می دهد:

$$\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0 \quad (1.19)$$

معادله ۱،۱۹ با نام معادله مشخصه سیستم نامیده می شود. با حل معادله ۱،۱۹ برابر λ داریم:

$$\lambda = -\xi\omega_n \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\omega_n \quad (1.20)$$

از

از معادله ۱،۲۰ میبینیم که هنگامیکه نسبت میرایی ξ کوچکتر از ۱ است، داریم:

$$\xi < 1, \quad (1.21)$$

از معادله ۱،۲۰ می توان مجدداً بازنویسی کرد:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n \quad (1.22)$$

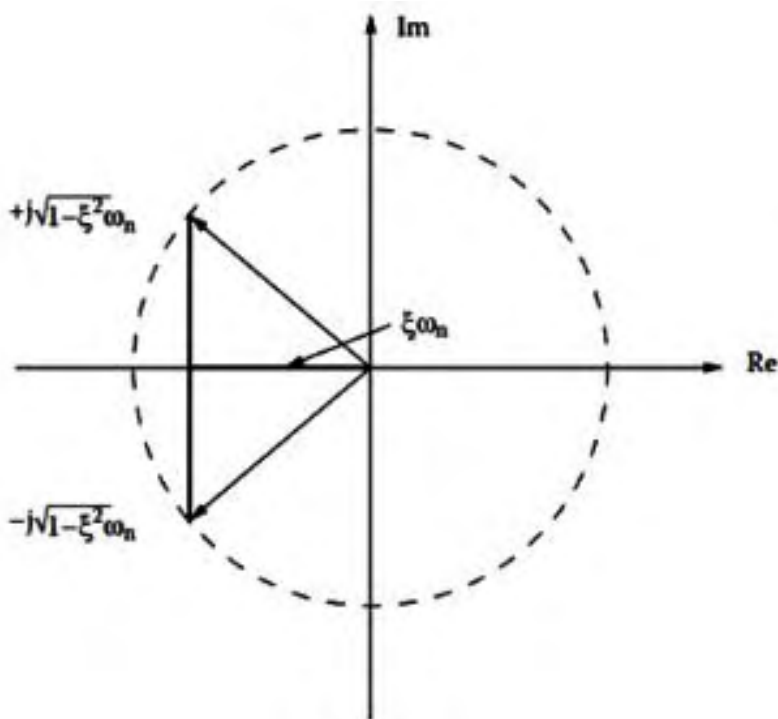
که

$$j = \sqrt{-1} \quad (1.23)$$

در معادله ۱،۲۲، λ_1 و λ_2 مزدوج های مختلط می باشند. هر دوی λ_1 و λ_2 به ۲ مود ارتعاشی مجزا تعلق دارند که اشاره به تبادل انرژی از پیش گفته شده دارد. در حقیقت، تبادل انرژی بین انرژی های

پتانسیل و جنبشی رخ می دهد. بار دیگر، یک سیستم ارتعاشی بدون تبادل انرژی وجود ندارد. از این گذشته، تبادل انرژی، اگر و فقط اگر نامعادله نشان داده شده در ۱,۲۱ برقرار باشد، تعریف می گردد. در این مورد، سیستم "با میرایی پایین" می باشد. در عمل، سیستم های با میرایی پایین، مرسوم تر می باشند. در حقیقت، ζ می تواند بسیار کوچکتر از ۱ باشد. در آن مورد، بدون توجه به اینکه کدام نوع از نیروهای میرایی (برای مثال ویسکوز، الاستیک، ویسکو الاستیک، هیسترتیک، درجه دوم) به واقع وجود دارد، پاسخ X عموماً متأثر از همان نسبت میرایی موثر نخواهد بود (بخش ۱,۳ را مشاهده نمایید). فرض میرایی ویسکوز نتایج نسبتاً دقیقی از پاسخ ها را می تواند فراهم کند. روش استفاده از معادلات خطی از نقطه نظر ریاضی، باید سازگار باشد. این امر بطور دقیق تر در فصل ۵ آزموده خواهد شد که در آن مشخصات در مورد تجهیزات میرایی مختلف اول ارائه می شوند. از بحث فوق، مشاهده می شود که نسبت میرایی و فرکانس طبیعی پارامترهای خود سیستم می باشد که متأثر از شرایط خارجی نیست. آنها پارامترهای دینامیکی اساسی یا پارامترهای ویژه سیستم می باشند؛ بنابراین، عبارت λ مقدار ویژه نامیده می شود. شکل ۱,۲ مقادیر ویژه برای مورد میراننده در صفحه مختلط را نشان می دهد. به علاوه، مدل تشریح شده در معادله ۱,۹ مدل مودی نامیده می شود، زیرا با مودهای مزدوج مختلط بوسیله پارامترهای ξ و ω_n تعریف می شود. از این گذشته، ξ و ω_n نسبت میرایی و فرکانس طبیعی پارامترهای مودی خوانده می شوند. توجه داریم سه پارامتر اساسی مدل فیزیکی برای سیستم SDOF وجود دارد، در حالی که برای مدل مودی فقط دو تاست. هنگامیکه رفتار دینامیکی سیستم های خطی با چند درجه آزادی مطالعه می شود، یک مجموعه کامل از مودها یا یک مدل مودی برای ارائه کل سیستم می تواند استفاده شود. این امر در فصول ۲ و ۳ بحث می گردند. در اینجا، برای سیستم SDOF، فقط یک مود قابل توجه در عمل وجود دارد. نیاز نیست که مودهای مزدوج مختلط بطور ویژه متمایز گردیده و معمولاً یک مود مشخصه تک خوانده می شود.

$$\xi = 1, \quad (1.24)$$



شکل ۱،۲ مقادیر ویژه سیستم میرانشده

معادله ۱،۲۰ را می توان مجدداً بازنویسی نمود،

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \quad (1.25)$$

بنابراین، معادله مشخصه دارای دو جواب مشخصه با مقادیر حقیقی است و سیستم مربوطه بحرانی میرا شده^۳ نامیده می شود. از معادله ۱،۱۳، مشخص می گردد که $\xi=1, c=2\sqrt{km}$. برای نشان دادن مورد میرایی بحرانی، این ضریب ویژه میرایی با زیرنویس C_r نشان داده می شود.

$$c_{cr} = 2\sqrt{km} \quad (1.26)$$

با این نمادگذاری، نسبت میرایی برای یک سیستم کلی با ضریب میرایی C بصورت زیر می تواند بازنویسی شود:

$$\xi = \frac{C}{2\sqrt{km}} = \frac{C}{C_{cr}}$$

بنابراین نسبت میرایی بطور رسمی نسبت میرایی بحرانی در بسیاری مراجع خوانده می شود. به علاوه، از معادله ۱،۲۷، مشاهده می شود که نسبت میرایی به نسبت ضریب میرایی C اشاره داشته و دو برابر میانگین هندسی جرم m و سختی k است، یعنی $2\sqrt{km}$.

³ - Critically Damped

$$\xi > 1, \quad (1.28)$$

معادله ۱,۲۰ را می توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \omega_n \quad (1.29)$$

بنابراین، معادله مشخصه دارای دو جواب مجزای حقیقی است و سیستم مربوطه بیش میرا شده خوانده می شود. توجه داریم که در هر دو مورد میرا شده بحرانی و بیش میرا شده، مقادیر ویژه مختلط دیگر وجود ندارند. سیستم به دو شبه-مود درجه اول حقیقی کاهش یافته و هیچ تبادل انرژی بین دو مود وجود نخواهد داشت. به عبارت دیگر، دو نوع سیستم دیگر سیستم های ارتعاشی نیستند. با وجود این دو مورد، جرم هنوز می تواند برای نوسان از نیروهای خارجی ساخته شود، این سیستم ها دیگر قادر به نوسان در ارتعاش آزاد نیستند.

مثال ۱,۳

یک معادله مشخصه به صورت زیر را تصور کنید

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0$$

مقادیر $\lambda_1\lambda_2$ و $\lambda_1 + \lambda_2$ را که در آن λ_1 و λ_2 پاسخ های معادله بالا هستند را پیدا کنید. از خواص عمومی معادله درجه ۲ داریم،

$$\lambda_1\lambda_2 = \frac{k}{m}$$

و

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{c}{m}$$

جملات بالا همیشه بدون توجه به اینکه سیستم با میرایی پایین یا بیش میرا شده است صادق می باشند و با این حال، اگر سیستم با میرایی پایین باشد، آنگاه:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\sqrt{1 - \xi^2} \omega_n$$

بنابراین

$$\lambda_1\lambda_2 = \lambda_1\lambda_1^* = \omega_n^2 = \frac{k}{m}$$

نشان توانی * مبین عملیات مزدوج گیری مختلط می باشد. در این مورد، به آسانی مشاهده می شود که

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2$$

به علاوه

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -\xi\omega_n + (-\xi\omega_n) = -2\xi\omega_n$$

بنابراین

$$-2\xi\omega_n = -\frac{c}{m}$$

یا

$$\frac{c}{m} = 2\xi\omega_n$$

۱,۱,۲ جواب همگن، ارتعاش آزاد کاهنده و پاسخ

پاسخ های معادله ۱,۱ نشانگر پاسخ های ارتعاشی است که بصورت زیر می تواند طبقه بندی شود: (۱) پاسخ انتقالی، ارتعاش آزاد کاهنده و ارتعاش اجباری ناشی از عملکرد انتقالی اجباری؛ (۲) ارتعاش پریودیک، پاسخ وضعیت آرام به علت تهییج های پریودیک و (۳) ارتعاش تصادفی به علت تهییج های تصادفی.

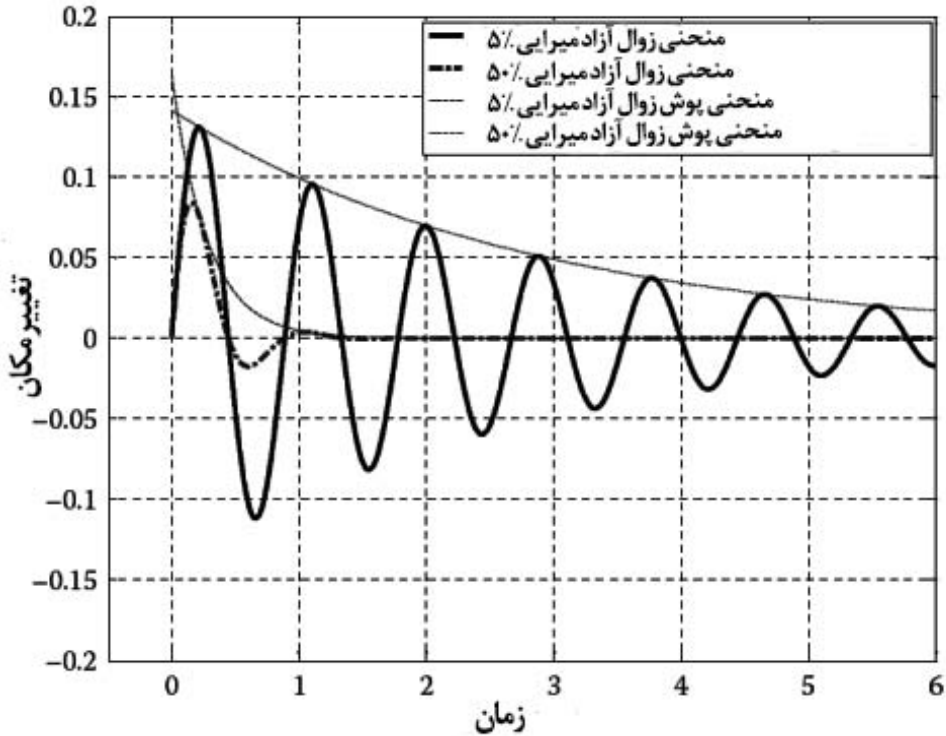
قابل فهم است که سیستم ارتعاش نخواهد نمود، مگر اینکه ورودی خارجی اعمال شود. ورودی هم شرایط اولیه سرعت و/یا تغییر مکان یا توابع اجباری می تواند باشند، توجه داریم که یک تابع نیرویی نیز می تواند منجر به شرایط اولیه اجباری گردد. اگر ورودی فقط شرایط اولیه باشد، آنگاه ارتعاشات کاهنده آزاد رخ خواهند داد. بنابراین، معادله ۱,۱ یک جواب آزاد-کاهنده اگر سیستم برای مثال کارت در شکل 1.1.a با یک نیروی اولیه تهییج شود، یا دارای مقداری تغییر مکان یا سرعت اولیه باشد، خواهد بود. بعد از تهییج اولیه هیچ نیروی خارجی به سیستم افزوده نمی گردد. در این مورد، معادله ۱,۷ استفاده خواهد شد. یک سیستم SDOF با $M=2$ ، $K=100$ و سرعت واحد اولیه به عنوان مثال استفاده می شود. تصور نمایید دو مورد دامنه میرایی وجود دارد، اولی با ۵٪ نسبت میرایی و دومی با ۵۰٪ نسبت میرایی. پاسخ های دو سیستم در شکل ۱,۳ ترسیم شده است. مشاهده می نمایم که سطوح ارتعاشی در هر دو مورد بطور مستمر کاهش پیدا می کنند، با این حال، ارتعاش با نسبت میرایی بزرگتر بسیار سریع تر محو می گردد. با استفاده از روش نیمه-محدود پیشتر ذکر شده بالا، تغییر مکان کاهندگی-آزاد^۴ تحت شرایط اولیه خاص به شرح زیر نوشته می شود:

$$x(t) = Ae^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

با شرایط اولیه

$$\begin{cases} x(0) = d_0 \\ \dot{x}(0) = v_0 \end{cases} \quad (1.31)$$

مقایسه پاسخ های کاهندگی-آزاد



شکل ۱،۳ ارتعاش آزاد با کاهندگی

در اینجا v_0 و d_0 بترتیب تغییر مکان و سرعت اولیه هستند و

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n \quad (1.32)$$

فرکانس طبیعی میرا شده نامیده می شود که قسمت موهومی مقدار ویژه تعریف شده در معادله ۱،۲۲ است. در معادله ۱،۳۰ و A و ϕ به ترتیب ثابت های دامنه و زاویه فازی بوده و می توان از شرایط اولیه داده شده در معادله ۱،۳۱ تعیین شود. بنابراین:

$$A = \frac{1}{\omega_d} \sqrt{(v_0 + \xi \omega_n d_0)^2 + (\omega_d d_0)^2} \quad (1.33)$$

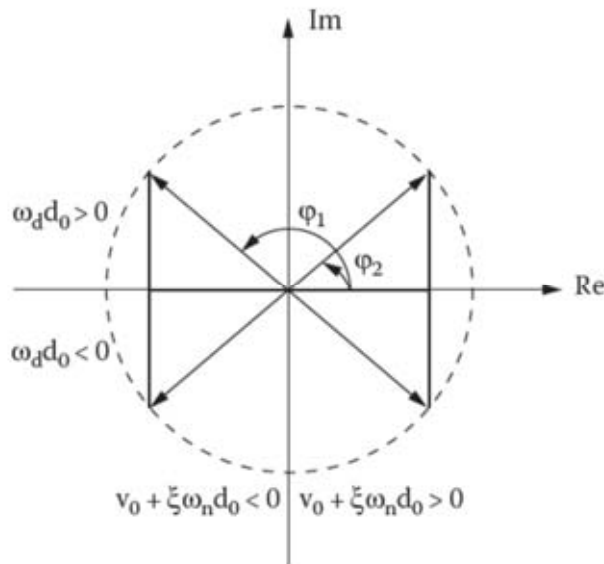
و

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d d_0}{v_0 + \xi \omega_n d_0} \right) + h_\phi \pi \quad (1.34)$$

توجه داریم که پریود تابع تانژانتی برابر π و توابع کسینوسی برابر 2π است. بنابراین تابع هیوساید h_ϕ را نمی توان به طور دلخواه انتخاب نمود. بر اساس این حقیقت که برنامه های محاسباتی عمدتاً نظیر MATLAB، آرک تانژانت را با محدود کردن مقادیر در دامنه $-\pi/2$ تا $+\pi/2$ محاسبه می کنند، بصورت:

$$h_\phi = \begin{cases} 0, & v_0 + \xi\omega_n d_0 \geq 0 \\ 1, & v_0 + \xi\omega_n d_0 < 0 \end{cases} \quad (1.35)$$

مطابق شکل ۱،۴ زاویه فازی ϕ می تواند ۴ مورد داشته باشد، ترکیب $\omega_d d_0$ و $v_0 + \xi\omega_n d_0$ که اعداد مثبت و منفی می باشند. علیرغم مقادیر $\omega_d d_0$ از شکل ۱،۴ و معادله ۱،۳۵ مشاهده می شود که علامت $v_0 + \xi\omega_n d_0$ گزینه h_ϕ را تعیین می کند. از معادله ۱،۳۰ مشاهده می شود که ارتعاش دارای همپوشانی $Ae^{-\xi\omega_n t}$ خواهد بود، هنگامیکه زمان می گذرد، تراز ارتعاش آزاد کاهش خواهد یافت. نسبت کاهندگی در هر سیکل به مقدار نسبت میرایی بستگی خواهد داشت.



شکل ۱،۴ زاویه فازی ϕ

در شکل ۱،۳ مشاهده می شود که پاسخ های سیستم با نسبت میرایی ۵ و ۵۰٪ دارای همپوشانی (پوش) های مربوطه است. به علاوه، هنگامیکه نسبت میرایی بزرگتر است، مقدار اوج اول، کوچکتر است. از این گذشته، مقادیر اوج زودتر ظاهر شده و فرکانس میرا شده مربوطه کوچکتر است. با مشتق گیری از تغییر مکان نسبت به زمان در معادله ۱،۳۰، سرعت می شود:

$$\dot{x}(t) = A\omega_n e^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_n t + \phi + \theta) \quad (1.36)$$

که در آن

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) \quad (1.37)$$

با مقایسه معادله ۱,۳۰ و معادله ۱,۳۰ مشاهده می شود که متغیرهای زمانی توابع سینوسی و کسینوسی می باشند. دو تابع $\sin(\omega_d t + \phi)$ and $\cos(\omega_d t + \phi + \theta)$ توابع مثلثاتی با یک تفاوت فازی $90^\circ + \theta$ می باشند.

در بسیاری از سازه های مهندسی، نسبت میرایی عدد نسبتاً کوچکتری می باشد، بنابراین:

$$\theta \approx \tan^{-1}(\xi) \approx \xi \quad (1.38)$$

به علاوه، سرعت و تغییرمکان دارای تغییرفازی θ نسبت به 90° درجه خواهند بود. از این رو، چون نسبت میرایی یک عدد کوچک است، در مورد ارتعاش با کاهندگی آزاد، سرعت و تغییرمکان دارای یک تفاوت فازی نزدیک به 90° خواهند بود و هرچه میرایی کوچکتر باشد، تفاوت فازی به 90° نزدیکتر خواهد بود.

توجه داریم که بحث فوق، صرفاً برای سیستم های خطی است. این نتیجه گیری با استفاده از مثال های کاهندگی ارتعاش آزاد در شکل ۱,۵ می تواند به نمایش درآید. در شکل 1.5a نسبت میرایی برابر با

$$0.1 \text{ و } 1.5b \text{ نسبت میرایی برابر } 0.3 \text{ است. تحت شرایط اولیه } d_0 = 0.1(m) \text{ و } d_0 = 0.1(m)$$

و $v_0 = 0(m/s)$ سرعت (نشان داده شده با خطوط شکسته) سیستم با یک نسبت میرایی کمتر به 90° درجه در پیش روی تغییرمکان مربوطه می باشد (نشان داده شده با خطوط پر). در همین حال، برای سیستم شدیداً میرا شده تر، سرعت بطور قابل ملاحظه ای تغییرمکان را در $90^\circ <$ جلو میزند.

مثال ۱,۴

فرض نمایید که پاسخ های اوج زوال آزاد (free-decay peak responses) یک سیستم SDOF در سیکل دوم و سیکل دهم بترتیب ۲۰ و ۰,۱ میلیمتر اندازه گیری شده باشد، که بموجب آن فرکانس طبیعی میرا شده برابر 1_{Hz} است. نسبت میرایی را بیابید؟

پاسخ اوج در سیکل دوم و دهم برابر X_2 و X_{10} است. همچنین نقاط زمانی مربوطه برابر t_2 و t_{10} هستند. از معادله ۱,۳۰ داریم،

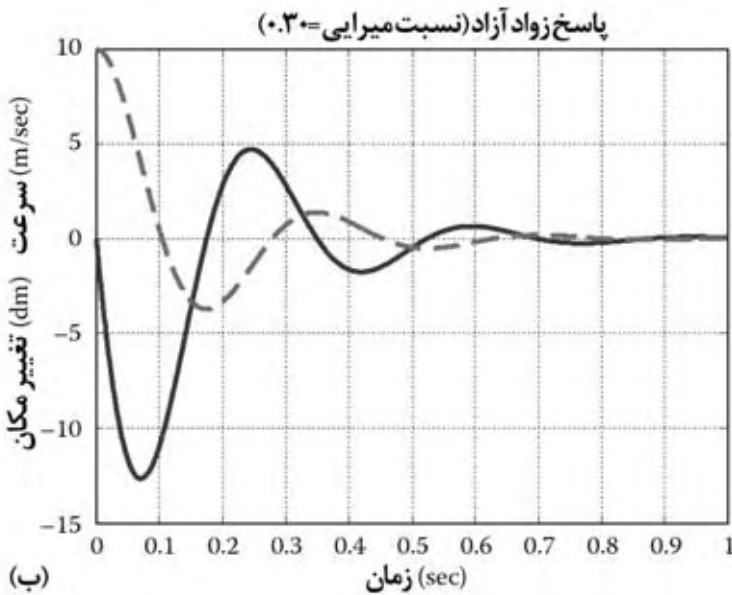
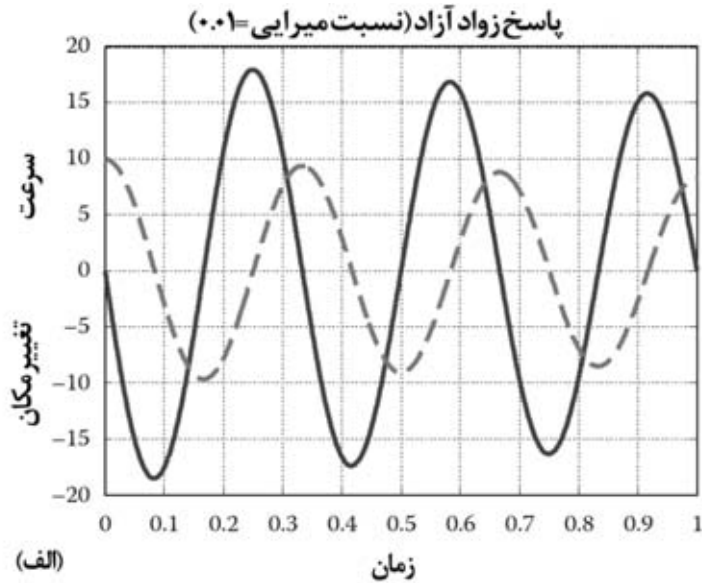
$$x_2 = Ae^{-\xi\omega_n t_2} \sin(\omega_d t_2 + \phi) = 20 \text{ (mm)}$$

و

$$x_{10} = Ae^{-\xi\omega_n t_{10}} \sin(\omega_d t_{10} + \phi) = 0.1 \text{ (mm)}$$

بنابراین نسبت X_{10} و X_2 برابر است با:

$$x_2 / x_{10} = e^{\xi\omega_n (t_{10} - t_2)} = 200$$



شکل ۱.۵- سرعت ها و تغییر مکان های زوادی آزاد - (a) $\xi = 0.01$ و (b) $\xi = 0.30$.

بنابراین

$$\ln(x_2 / x_{10}) = \xi \omega_n (t_{10} - t_2) = \ln(200) = 5.298$$

از این رو

$$\xi = \frac{\ln(x_2 / x_{10})}{\omega_n (t_{10} - t_2)} = \frac{5.298}{\omega_n (t_{10} - t_2)}$$

توجه داریم که از t_2 تا t_{10} ، ۸ سیکل کامل وجود داشته که هر یک دوره پیروید $2\pi/\omega_d$ را کامل می نمایند. بنابراین

$$\omega_n(t_{10} - t_2) = \frac{2\pi(10 - 2)}{\sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{16\pi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

نسبت میرایی محاسبه شده برابر $0.5, 10\%$ است.

مثال ۵,۱

دو مورد یک سیستم SDOF با دو شرایط اولیه متفاوت را در نظر بگیرید. مورد اول دارای سرعت اولیه صفر ($V_0 = 0$) در حالی که مورد دوم دارای تغییرمکان صفر ($d_0 = 0$) است. رابطه بین نسبت میرایی و دامنه A را علاوه بر مقادیر اوج تغییرمکان های متناظر را برای ۲ مورد پیدا کنید؟
مورد اول هنگامیکه تغییرمکان اولیه d_0 است، آزموده می شود. از معادله ۱,۳۳ داریم:

$$A = \frac{1}{\omega_d} \sqrt{(v_0 + \xi\omega_n d_0)^2 + (\omega_d d_0)^2} = \frac{d_0}{\sqrt{1 - \xi^2}} \approx \left(1 + \frac{\xi^2}{2}\right) d_0$$

بنابراین، دامنه تغییرمکان A تقریباً متناسب با عبارت $1 + \xi^2/2$ است. به عبارت دیگر، هرچه نسبت میرایی بزرگتر باشد، دامنه حاصله A در این مورد بزرگتر است، علیرغم اینکه گزاره حس مشترک آن است که میرایی بزرگتر به دامنه پاسخ کاهش یافته منتهی خواهد شد.

با این حال توجه داریم که یک دامنه بزرگتر A به معنی این نیست که پاسخ دارای مقدار بزرگتری خواهد بود، چرا که پاسخ کاهندگی-آزاد به علت تغییرمکان اولیه، تنها از تغییرمکان اولیه بزرگتر نخواهد بود. این امر را می توان با مشتق گیری تغییرمکان تعریف شده در معادله ۱,۳۸ با فرض $v = 0$ و حل آن برای زمان t اثبات نمود. در حقیقت، سمت چپ معادله ۱,۳۶ برای تعیین موقعیت مقدار نهایی می تواند برابر صفر قرار داده شود.

$$A\omega_n e^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_n t + \phi + \theta) = 0$$

یا $\cos(\omega_n t + \phi + \theta) = 0$ که می دهد $\omega_n t + \phi + \theta = \pi/2$. با این حال با $V_0 = 0$.

$$\phi + \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right) = \pi/2$$

بنابراین، برای بدست آوردن مقادیر اکسترمم، t باید برابر صفر قرار داده شود، یعنی مقدار اوج تغییرمکان باید بدست آید که با x_{\max} به آن اشاره می شود. به علاوه، هنگامیکه $t = 0$ ، تغییرمکان چیزی جز تغییرمکان اولیه d_0 نیست. از این رو،

$$x_{\max} = d_0$$

به عبارت دیگر، با سرعت اولیه صفر، مقدار اوج تغییر مکان همیشه تغییر مکان اولیه مستقل از مقدار نسبت میرایی است. با این حال، نسبت میرایی دامنه A را تحت تاثیر قرار داده و میرایی بزرگتر به دامنه بزرگتر منتهی می شود. مورد دوم، هنگامیکه سرعت اولیه v_0 غیر صفر است، آزموده می شود. از معادله ۱،۳۳،

$$A = \frac{1}{\omega_d} \sqrt{(v_0 + \xi \omega_n d_0)^2 + (\omega_d d_0)^2} = \frac{|v_0|}{\omega_d} = \frac{|v_0|}{\sqrt{1 - \xi^2} \omega_n}$$

و از معادله ۱،۳۴ و ۱،۳۵، با V_0 مثبت:

$$\phi = 0$$

بنابراین، از معادله ۱،۳۰، تغییر مکان بصورت زیر ارائه می شود.

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_d} e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_d t)$$

برای یافتن مقدار اوج تغییر مکان، مشتق معادله بالا حساب می شود.

$$\frac{d}{dt}[x(t)] = \frac{v_0}{\omega_d} \left[(-\xi \omega_n) e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_d t) + e^{-\xi \omega_n t} \omega_d \cos(\omega_d t) \right] = 0$$

که از آن داریم:

$$\frac{\sin(\omega_d t)}{\cos(\omega_d t)} = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}$$

این معادله به زمان t هنگامیکه تغییر مکان به مقدار اوج می رسد، منتهی می شود به:

$$t = \frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}$$

و با یک نسبت میرایی کوچک مربوط به مقدار اوج تغییر مکان x_{\max} داریم:

$$\begin{aligned} x_{\max} &= \frac{v_0}{\omega_d} e^{-\xi \omega_n \left(\frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right) \right)} \sin \left(\omega_d \frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right) \\ &= \frac{v_0}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\left(\left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right) \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right) \right)} \sqrt{1 - \xi^2} \\ &= \frac{v_0}{\omega_n} e^{-\left(\left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right) \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right) \right)} \approx \frac{v_0}{\omega_n} e^{-\xi \pi / 2} \end{aligned}$$

برای معادله فوق، تغییر مکان اوج سیستم SDOF با سرعت اولیه تنها تقریباً برابر با معکوس فرکانس طبیعی اش ω_n و مستقیماً با دامنه سرعت اولیه و عبارت $e^{-\xi \pi / 2}$ متناسب است. از این رو، هرچه میرایی سیستم بزرگتر باشد، پاسخ اوج کمتر است.

۱,۱,۳ ارتعاش اجباری با تهییج هارمونیک

هنگامیکه ورودی خارجی به سیستم اعمال می شود، سیستم به حالت ارتعاش اجباری مرتعش خواهد شد. این وضع هنگامیکه سیستم خطی معادله ۱,۱ با توابع اجباری تهییج می شود در بخش های فرعی بعدی بحث می گردد.

۱,۱,۳,۱ پاسخ جریان یکنواخت

اولاً، پاسخ جریان یکنواخت در نظر گرفته می شود، برای مثال، هنگامیکه یک تابع نیرویی هارتنکین با دوره زمانی به اندازه کافی اعمال می شود. با فرض $f = f_0 \sin(\omega_f t)$ که در آن f_0 و ω_n به ترتیب دامنه و فرکانس موثر تابع نیرویی هستند؛ جواب جریان یکنواخت x_{ps} بصورت:

$$x_{ps} = x_0 \sin(\omega_f t + \phi) \quad (1.39)$$

داده می شود. بنابراین سرعت برابر است با:

$$\dot{x}_{ps} = \omega_f x_0 \cos(\omega_f t + \phi) \quad (1.40)$$

و شتاب برابر است با:

$$\ddot{x}_{ps} = -\omega_f^2 x_0 \sin(\omega_f t + \phi) \quad (1.41)$$

با جایگذاری معادله ۱,۳۹ تا ۱,۴۱ در معادله ۱,۱ با $f = f_0 \sin(\omega_f t)$ داریم:

$$\omega_f c x_0 \cos(\omega_f t + \phi) + k x_0 \sin(\omega_f t + \phi) = f_0 \sin(\omega_f t) - \omega_f^2 m x_0 \sin(\omega_f t) +$$

با مشتق گیری از طرفین معادله بالا نسبت به m داریم:

$$-\omega_f^2 x_0 \sin(\omega_f t + \phi) + 2\xi \omega_f \omega_n x_0 \cos(\omega_f t + \phi) + \omega_n^2 x_0 \sin(\omega_f t + \phi) = f_0 / m \sin(\omega_f t)$$

به علاوه

$$[\sin(\omega_f t + \phi - \phi)] x_0 = \frac{f_0 / m \cdot \sin(\omega_f t)}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2 + (2\xi \omega_n \omega_f)^2}}$$

از آنجائیکه $\sin(\omega_f t)$ همیشه نمی تواند برابر صفر باشد، دامنه x_0 برای معادله ۱,۳۹ بصورت زیر بدست می آید:

$$x_0 = \frac{f_0 / m}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2 + (2\xi \omega_n \omega_f)^2}} \quad (1.42)$$

در همین حال، زاویه ϕ مبین تفاوت فاز بین نیروی تهییج و تغییر مکان پاسخ است که می تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$\phi = \begin{cases} \tan^{-1} \left[\frac{2\xi\omega_n\omega_f}{\omega_f^2 - \omega_n^2} \right] + h_\phi \pi, & \omega_n \neq \omega_f \\ -\pi/2, & \omega_n = \omega_f \end{cases} \quad (1.43)$$

از لحاظ ریاضی، عبارت زاویه ϕ طبق تعریف خط دوم معادله ۱،۴۳، نباید نوشته می شده است. با این حال، برای محاسبات عملی، هنگامیکه $\omega_n = \omega_f$ باشد، عبارت داخل پرانتز دارای دترمینان صفر خواهد بود که اغلب در برنامه های محاسباتی کاربردی مجاز نیست. به علاوه، تابع آرک تانژانت باید دارای مقادیر چندگانه باشد که اکثر برنامه های محاسباتی فقط جوابی در یک یا دو ربع دایره ارائه می نماید (برای مثال MATLAB جوابی در ربع دایره های اول و چهارم ارائه می کند). بنابراین، یک تابع هویساید h_ϕ برای مواجهه با این جواب استفاده می گردد که به شرح زیر تعریف می شود:

$$h_\phi = \begin{cases} 0, & \omega_n < \omega_f \\ -1, & \omega_n > \omega_f \end{cases} \quad (1.44)$$

در بخش بعدی، دامنه X_0 و فاز ϕ به عنوان توابعی از نسبت میرایی و فرکانس مطالعه می شوند. در اینجا، از تاریخچه زمانی جواب جریان یکنواخت، سرعت همیشه برابر 90° جلوتر از تغییرمکان بدست می آید. با توجه به این امر، در مورد پاسخ هارمونیک جریان یکنواخت، نیروی میرایی نیز 90° جلوتر از نیروی بازگرداننده است.

۱،۱،۳،۲ روش پاسخ مختلط برای تغییرمکان جریان یکنواخت

سیستم $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f \sin(\omega_f t)$ می تواند تحت اثر تهییج پیش ذکر شده $f = f_0 \sin(\omega_f t)$ باشد. همچنین این ممکن است دارای تهییج هارکتین دیگری مانند $f = f_0 \cos(\omega_f t)$ باشد. در مورد آخری:

$$x_{ps} = x_0 \cos(\omega_f t + \phi)$$

آسان است که ببینیم دامنه X_0 و فاز ϕ در معادله بالا می توانند با معادلات ۱،۴۲ و ۱،۴۳ به ترتیب مشابه با مورد $f = f_0 \sin(\omega_f t)$ بیان شود. از آنجائیکه سیستم ارتعاشی خطی است، هنگامیکه یک تابع نیرویی به صورت ترکیب مختلط نوشته می شود:

$$f = f_0 \cos(\omega_f t) + j f_0 \sin(\omega_f t) = f_0 e^{j\omega_f t} \quad (1.45)$$

پاسخ می تواند:

$$x_{ps} = x_0 \cos(\omega_f t + \phi) + j x_0 \sin(\omega_f t + \phi) = x_0 e^{j(\omega_f t + \phi)} = x_0 e^{j\omega_f t} = x_{p0} e^{j\omega_f t} \quad (1.46)$$

در اینجا، دامنه دارای مقدار مختلط X_{ps} است.

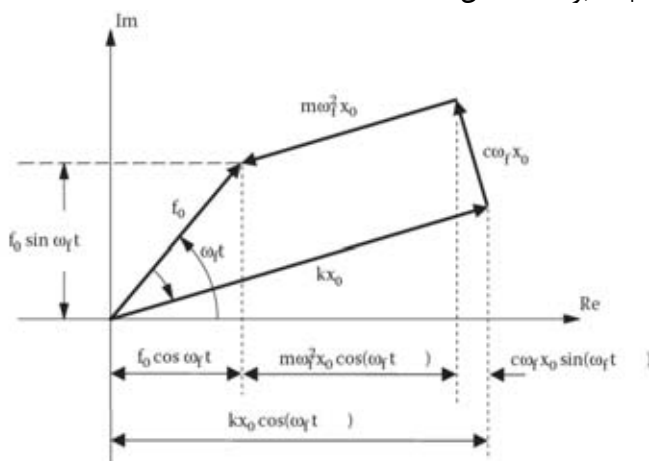
$$x_{p0} = x_0 e^{j\phi}$$

برای مثال

$$|x_{p0}| = x_0 \quad (1.47)$$

$$\angle(x_{p0}) = \phi \quad (1.48)$$

در معادله ۱،۴۷، نماد $|(\cdot)|$ نشانگر مقدار مطلق متغیر مختلط (\cdot) است. در معادله ۱،۴۸، نماد $\angle(\cdot)$ نشانگر زاویه متغیر مختلط (\cdot) است. می توان نشان داد که دامنه X_0 و زاویه فازی ϕ توسط معادلات ۱،۴۲ و ۱،۴۳ می تواند به ترتیب نمایش داده شود. شکل ۱،۶ رابطه بین قسمت های واقعی و موهومی توابع اجباری و پاسخ ها را نشان می دهد. تابع نیرویی، $f(t)$ می تواند با یک بردار دورانی با دامنه f_0 سرعت زاویه ای ω_f که تصویرش روی محور حقیقی با R_e نشان داده می شود، برابر $f_0 \cos \omega_f t$ و محور فرضی با I_m برابر با $m f_0 \sin \omega_f t$ در هر زمان t ، زاویه $\omega_f t$ حاصلضرب فرکانس موثر ω_f و زمان t است که می توان به عنوان زاویه ویژه مطابق شکل ۱،۶ به آن نگاه کرد. به علاوه، نیروی بازگرداننده $k_x(t)$ با یک بردار با دامنه k_{x0} و زاویه فازی ϕ در قیاس با نیروی $f(t)$ نشان داده می شود. نیروی بازگرداننده نیز دارای سرعت مشابه زاویه ای ω_f است. مشاهده می شود که دارای تصویر $k_{x0} \cos(\omega_f t + \phi)$ روی محور R_e مطابق شکل ۱،۶ است. تصویر آن روی محور I_m باید $k_{x0} \sin(\omega_f t + \phi)$ باشد که نشان داده نشده است. بطور مشابه، نیروی میرایی $c\dot{x}(t)$ نیز می تواند به عنوان بردار سوم با دامنه $c\omega_f x_0$ و زاویه فازی $\pi/2$ در قیاس با نیروی $kx(t)$ نشان داده شود. نیروی میرایی نیز دارای سرعت زاویه ای ω_f است. مشاهده می شود که دارای تصویر $c\omega_f x_0 \cos(\omega_f t + \phi)$ روی محور R_e است نیز در شکل ۱،۶ نشان داده شده است. تصویر آن روی محور I_m برابر $c\omega_f x_0 \sin(\omega_f t + \phi)$ بوده که نشان داده نشده است.



شکل ۱،۶ ربع دایره برداری در زمان t

نیروی اینرسی $m\ddot{x}(t)$ به عنوان بردار چهارم با دامنه $-m\omega_f^2 x_0$ و زاویه فازی $\pi/2$ در مقایسه با میرایی $c\dot{x}(t)$ می تواند نشان داده شود. نیروی اینرسی نیز دارای سرعت زاویه ای مشابه $\omega_f t$ است. مشاهده می شود که آن دارای تصویر $-m\omega_f^2 x_0 \cos(\omega_f t + \phi)$ روی محور Re مطابق شکل ۱،۶ است. تصویر آن روی محور Im برابر $-m\omega_f^2 x_0 \sin(\omega_f t + \phi)$ بوده که نشان داده نشده است. شکل ۱،۶ نشان می دهد که به محض اینکه موقعیت برداری که تابع نیرویی را نشان می دهد تعیین شود، چهار وجهی برداری برای یک سیستم خاص M-C-K تعیین می گردد. این امر یعنی هر دوی تفاوت دامنه و فازها برای نیروی بازگرداننده، نیروی میرایی و نیروی اینرسی تعیین می گردند. تعیین دامنه ها را می توان از طریق X_0 در معادله ۱،۴۲ انجام شود. تعیین زوایای فازی را می توان از طریق ϕ در معادله ۱،۴۳ تعیین نمود. این پارامترها را همچنین می توان از طریق رسم ربع دایره برداری مطابق شکل ۱،۶ تعیین نمود که به روش هندسی برای پاسخ های جریان یکنواخت موسوم می باشد. هنگامیکه معادلات ۱،۴۲ و ۱،۴۳ بدست آمدند، پاسخ ها هم روی محور Im یا روی محور Re استفاده می شوند. شکل ۱،۶ نشان می دهد که وضعیت بردارهای نیرو و همچنین و تصویر آنها تخمین زده می شوند، بنابراین پوشا می باشند. به طور نامی، روی محور Re، توابع کسینوسی روی محور Im توابع سینوسی برقرار می گردند. به عبارت دیگر، زمانیکه توابع کسینوسی بر روی محور Re مشخص باشند، با یکدیگر با زاویه $\omega_f t$ و تغییر فاز ϕ ، محورهای نیرویی و توابع سینوسی را می توان بر روی محور Im نشان داد و بالعکس. این حقیقت دلالت بر آن دارد که توابع سینوسی یا کسینوسی و ترکیبات مقادیر موهومی آنها را می توان استفاده نمود تا راه حل های یکنواخت (steady-state solutions) را ارائه کرد. به عبارت دیگر، زمانیکه یک دسته توابع (سینوسی، کسینوسی و مختلط) تعیین گردند، دو دسته توابع وجود دارند. بنابراین، ۳ دسته بسته توابع وجود دارند که منحصراً به یکدیگر مرتبط می باشند.

در بسیاری از مواقع، محاسبات پاسخ با استفاده از توابع موهومی (مختلط) ساده تر می باشد. هر زمانی که فرمول های مقادیر حقیقی نیاز باشد، هر یک از بخش های حقیقی یا موهومی توابع مختلط را می توان بدون از دست دادن اطلاعات بدست آورد، از آنجایی که بخش های حقیقی یا موهومی به یکدیگر منحصراً مرتبط می باشند. این امر تحت عنوان روش پاسخ مختلط ارجاع داده می گردد.

۱،۱،۳،۳ پاسخ تهییج هامونیک با شرایط اولیه صفر

در ادبیات فنی، هنگامیکه شرایط اولیه صفر هستند، بطور مثال،

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_0 \cos(\omega_f t) \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases} \quad (1.49)$$

پاسخ ناشی از تابع نیرویی $f_0 \sin \omega_f t$ جواب ویژه معادله ۱،۴۹ است که جواب جریان یکنواخت تشریح شده در معادله 1.40a را نخواهد داشت، ولی دارای یک جواب انتقالی $x_{pt}(t)$ است، بنابراین،

$$x(t) = x_{pt}(t) + x_{ps}(t) \quad (1.50)$$

برای معادله ۱,۴۹، جواب انتقالی $x_{pt}(t)$ بصورت زیر می تواند نوشته شود:

$$x_{pt}(t) = Ae^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \Phi) \quad (1.51)$$

که در آن

$$A = \begin{cases} \frac{-x_0 \cos \phi - \frac{x_0 \sqrt{(\omega_d \cos \phi)^2 + (\xi\omega_n \cos \phi - \omega_f \sin \phi)^2}}{\omega_d}}{\sin \Phi} & \phi \neq -\pi/2 \\ -\frac{x_0 \omega_f}{\omega_d} & \phi = -\pi/2 \end{cases} \quad (1.52)$$

و فاز Φ برابر است با:

$$\Phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d \cos \phi}{\xi\omega_n \cos \phi - \omega_f \sin \phi} \right) - \frac{\pi}{2} \leq \Phi \leq \frac{\pi}{2} \quad (1.53)$$

در معادله ۱,۵۰، جواب جریان یکنواخت $x_{ps}(t)$ می تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$x_{ps}(t) = x_0 \cos(\omega_f t + \phi) \quad (1.54)$$

برای معادلات ۱,۵۳ و ۱,۵۴ دامنه x_0 و زاویه ϕ به ترتیب در معادلات ۱,۴۲ و ۱,۴۳ تعریف می شوند.

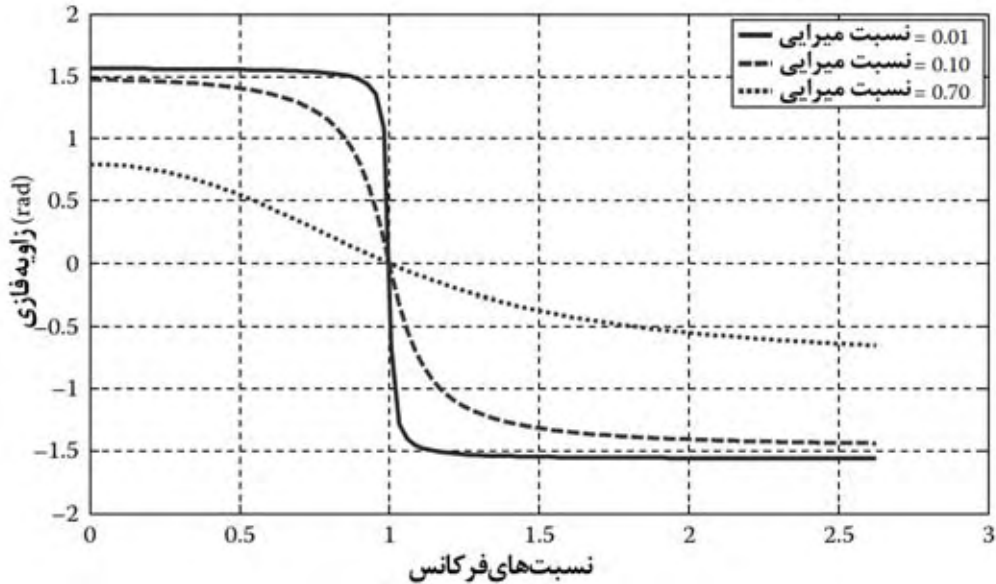
جواب ویژه نهایی $x_{ps}(t)$ می تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$x_p(t) = x_{pt}(t) + x_{ps}(t) = x_0 \left[-\frac{\cos \phi}{\sin \Phi} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \Phi) + \cos(\omega_f t + \phi) \right] \quad (1.55)$$

در نقطه تشدید، $\omega_f = \omega_n$ معادله ۱,۵۵ باید به این صورت بازنویسی شود:

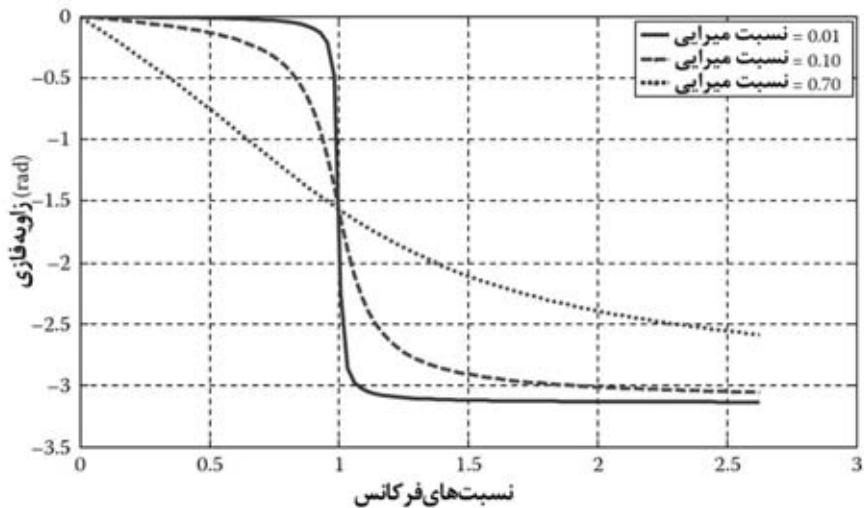
$$x_p(t) = x_{pt}(t) + x_{ps}(t) = x_0 \left[-\frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_d t) + \sin(\omega_f t) \right] \quad (1.56)$$

در هر دو مورد، چون پاسخ های انتقالی $x_{pt}(t)$ به زودی محو شده، جواب جریان یکنواخت حاکم می شود به نحوی که سرعت نیز دارای تغییرمکان پیشتر به اندازه ۹۰ درجه مطابق توضیحات قبل خواهد بود. برای فرآیند انتقالی، یک اثر ویژه میرایی با آزمودن عبارات ϕ و Φ و $e^{-\xi\omega_n t}$ در معادله ۱,۵۵ محقق می شود. مشاهده می شود که پاسخ جریان یکنواخت $x_{ps}(t)$ تناوبی است. در حقیقت، این ساده ترین پاسخ تناوبی است. در ادامه، $x_{ps}(t)$ بطور دقیق تر بحث می شود. اول، اثر زوایای فازی را در نظر بگیرید. اگر $\omega_f < \omega_n$ باشد، Φ دارای علامت مثبت خواهد بود. هنگامیکه ω_f از مقادیر نسبتاً کم افزایش یافته و به ω_n نزدیک می شود. زاویه Φ به تدریج از مقدار $\pi/2$ کاهش پیدا می کند.

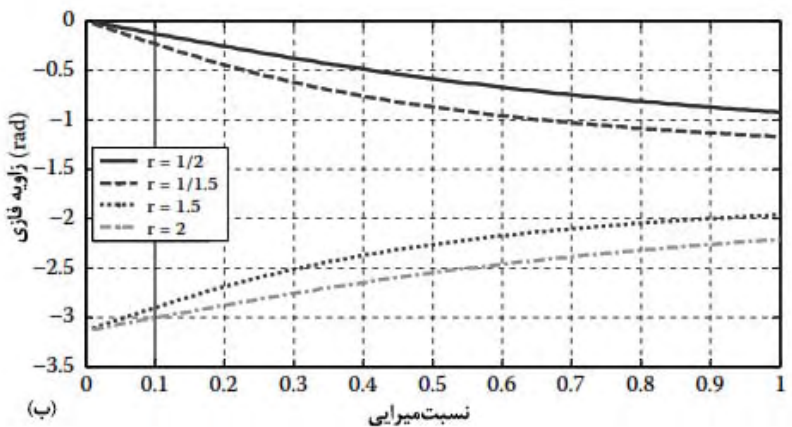
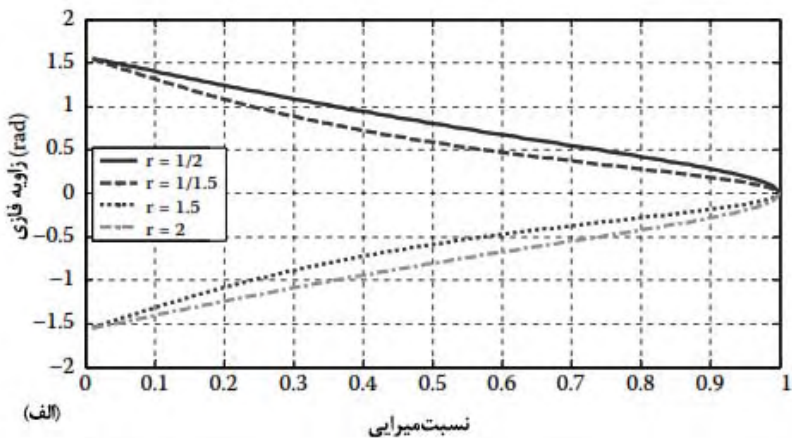


شکل ۱،۷ زویه فازی Φ در برابر نسبت فرکانس

هرچه میرایی کوچکتر باشد، مقدار محدود اولیه به $\pi/2$ نزدیکتر است. به علاوه، هرچه نسبت میرایی بزرگتر باشد، نرخ کاهش، کندتر است. به عبارت دیگر، با یک نسبت میرایی کوچکتر، نرخ کاهش سریعتر می شود. این پدیده با استفاده از یک مثال می تواند نشان داده شود که در آن فرکانس طبیعی برابر 3Hz تنظیم می گردد. در شکل ۱،۷، مقادیر زویه فازی Φ ترسیم شده در برابر نسبت فرکانس ω_f / ω_n به سه نمودار مربوط به نسبت میرایی 0.01، 0.1 و 0.7 به ترتیب می باشند. بعداً، اثر نسبت میرایی روی زویه فازی در نظر گرفته می شود. در شکل 1.9a، مقادیر زویه فازی Φ در برابر نسبت میرایی ξ ترسیم می شوند. در شکل 1.9b، مقادیر زویه فازی ϕ در برابر نسبت میرایی ξ ترسیم می گردند. در هر شکل، 4 منحنی نشان داده می شوند، متناظر با نسبت فرکانس $\omega_f / \omega_n = 2$ برابر $1/2$ ، $1/1$ ، $1/5$ ، $1/5$ و 2 بترتیب نشان داده می شوند.



شکل ۱,۸ زاویه فازی ϕ در برابر نسبت فرکانس

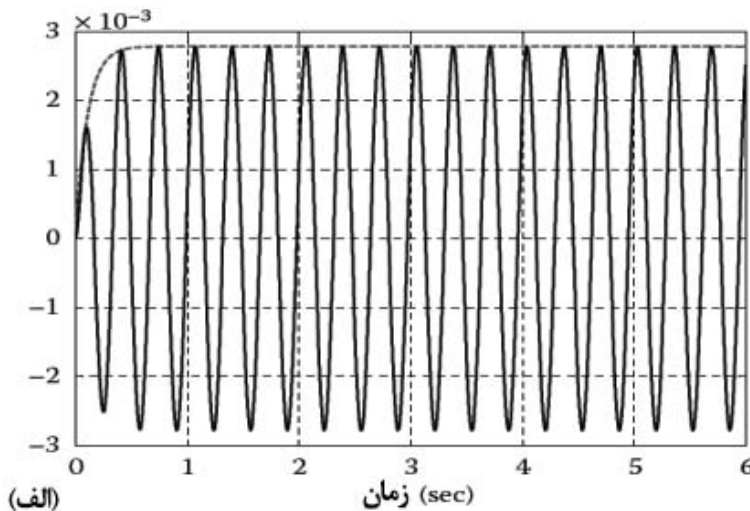


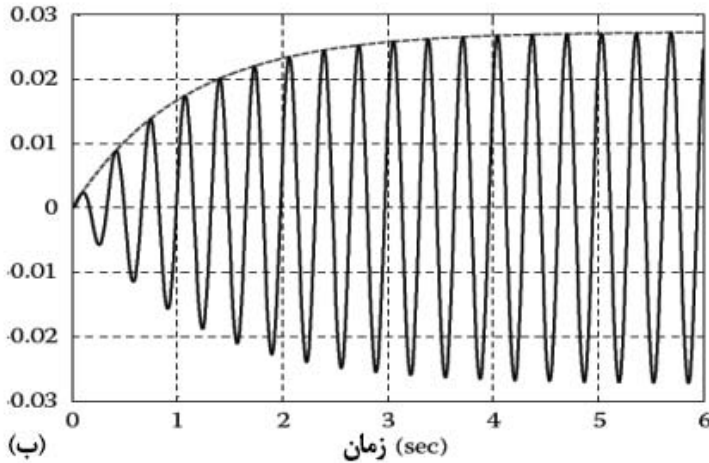
شکل ۱,۹ زاویه فازی در برابر نسبت میرایی Φ (ا) و ϕ (ب)

از این نمودارها، مشاهده می شود که هنگامیکه نسبت میرایی افزایش پیدا می کند، زوایای فازی نیز با توجه به آن مقادیر خودشان را تغییر می دهند. هنگامیکه نسبت میرایی کوچک است، زاویه فازی Φ به $\pm\pi/2$ نزدیک است. هنگامیکه نسبت میرایی بیشتر به ۱ نزدیک می شود، زاویه فازی نزدیک به صفر است. از این رو، روند زاویه در حال تغییر Φ می تواند بسته به اینکه آیا نسبت فرکانس بزرگتر یا کوچکتر از ۱ است، افزایش یا کاهش داده شود. به عبارت دیگر، هنگامیکه نسبت میرایی کوچک است، زاویه فازی Φ به صفر یا $-\pi$ نزدیک است. هنگامیکه نسبت میرایی بزرگتر می شود، زاویه فازی Φ به صفر نزدیک می گردد. از این رو، روند زاویه در حال تغییر Φ نیز می تواند بسته به اینکه آیا نسبت فرکانس کوچکتر یا بزرگتر از ۱ است، افزایش یا کاهش داده شود. روندهای تغییر زوایای Φ و ϕ مشابه هستند. هنگامیکه نسبت میرایی به اندازه کافی کوچک باشد، در نقطه تشدید هنگامیکه $\omega_f = \omega_n$ ، معادله ۱،۵۱ می تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$x_p(t) = x_{pt}(t) + x_{ps}(t) = x_0(1 - e^{-\xi\omega_n t})\sin(\omega_n t) \quad (1.57)$$

پاسخ انتقالی در موردی که فرکانس موثر نزدیک به فرکانس طبیعی در نظر گرفته می شود، نزدیک است. در معادله ۱،۵۷، عبارت $(1 - e^{-\xi\omega_n t})$ یافته می شود، که به یک دامنه رو به افزایش با توجه به زمان اشاره دارد. در شکل ۱،۹، یک سیستم با فرکانس طبیعی ۳ هرتز یا 6π (rad/s) با فرکانس تهییج 3.03 هرتز، برای نشان دادن پاسخ های انتقالی استفاده می گردد (با فرض $m=1$ و $f_0=1$ برای سهولت). مقایسه های بین پاسخ های ارتعاشی و سیگنال رو به رشد $x_0(1 - e^{-\xi\omega_n t})$ در شکل ۱،۱۰ ساخته می گردند. در شکل 1.10a نسبت میرایی برابر با ۰،۵ و در شکل 1.10b نسبت میرایی برابر با ۰،۰۵ است. در این ترسیم ها، خطوط شکسته دامنه های رو به افزایش و خطوط توپر پاسخ های ارتعاشی هستند. از شکل ۱،۱۰، سیگنال رو به افزایش را می توان به عنوان یک پوش از پاسخ های ارتعاشی دانست.





شکل ۱،۱۰ پاسخ های انتقالی (الف) $\zeta = 0.50$ و (ب) $\zeta = 0.05$

و هنگامیکه نسبت میرایی کوچکتر است، سیگنال رو به افزایش به پوش ارتعاشات اوج نزدیکتر است. با این حال، هنگامیکه میرایی بزرگتر است، در آغاز، تفاوت بزرگی وجود دارد. بعداً مشاهده می شود که هنگامیکه نسبت میرایی بزرگ است، ارتعاش به جریان یکنواخت خود سریعتر از میرایی کوچکتر می رسد. مشاهده سوم آن است که میرایی بزرگ یک دامنه ارتعاش کوچکتر پاسخ های جریان یکنواخت را تضمین می کند.

۱،۱،۳،۴ پاسخ های با شرایط اولیه غیر صفر

اکنون، تهییج هارتنکین به همراه شرایط اولیه غیر صفر $x(0)$ و $\dot{x}(0)$ بیشتر مد نظر قرار می گیرد. از این رو،

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_0 \cos(\omega_f t) \\ x(0) = d_0 \\ \dot{x}(0) = v_0 \end{cases} \quad (1.58)$$

جواب معادله ۱،۵۸ می تواند به صورت زیر نوشته شود.

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} [A \sin(\omega_d t) + B \cos(\omega_d t)] + x_0 \cos(\omega_f t + \phi) \quad (1.59)$$

اینجا، دامنه x_0 و زاویه Φ نیز به ترتیب در معادلات ۱،۴۲ و ۱،۴۳ تعریف می گردند؛ به علاوه، در معادله ۱،۵۹ داریم:

$$A = \frac{v_0 + \xi\omega_n B + \omega_f x_0 \sin \phi}{\omega_d} \quad (1.60)$$

و

$$B = d_0 - x_0 \cos \phi \quad (1.61)$$

از معادله ۱،۵۹، اثر میرایی روی پاسخ هارتکین کلی را می توان مشاهده نمود. اولاً، اثر بخش جریان یکنواخت پاسخ همان است که در بالا مشاهده شد و در بخش بعدی دقیق تر بحث می شود.

ثانیاً، بخش انتقالی دارای عبارت مشترک $e^{-\zeta\omega_n t}$ بوده که سریعاً تغییرمکان ناشی از شرایط اولیه را کاهش می دهد. هرچه نسبت میرایی سیستم بزرگتر باشد، کاهش (زوال یا decay) سریعتر رخ می دهد. همزمان این عبارت نیز رشد پاسخ ویژه را تا زمانیکه به جریان یکنواخت برسد، تحت تاثیر قرار خواهد داد. بطور مشابه، هرچه نسبت میرایی سیستم بیشتر باشد، رشد آن سریعتر خواهد بود. از آنجا که پاسخ های انتقالی $e^{-\zeta\omega_n t} [A \sin(\omega_d t) + B \cos(\omega_d t)]$ به سرعت افت می کند، پاسخ جریان یکنواخت حاکم است، به نحوی که سرعت ۹۰ درجه بر تغییرمکان همانطور که پیشتر گفته شد، مقدم است. از بحث فوق، متغیرهای زمانی سینوس و کسینوس تغییرمکان و سرعت، به مفهوم آن است که در طول ارتعاش، سرعت و تغییرمکان دارای اختلاف فاز ۹۰ درجه هستند. از این رو، سرعت ۹۰ درجه بر تغییرمکان مقدم است. برای یک سیستم نامتغیر با زمان غیرخطی، هر دو ضریب میرایی C و ضریب فنر k ثابت هستند. در معادله ۱،۵، حاصلضرب ضریب میرایی و سرعت نیروی میرایی است. همچنین، از معادله ۱،۶، حاصلضرب ضریب فنر و تغییرمکان نیروی بازگرداننده است. بنابراین، نیروی میرایی و نیروی بازگرداننده نیز دارای یک اختلاف فاز ۹۰ درجه هستند.

تحت زلزله یا تهییج های تصادفی دیگر، پاسخ سیستم نیز تصادفی است. با این حال، برای یک سیستم SDOF رابطه تشریح شده در بالا بطور تقریبی می تواند استفاده شود. شکل الف 1.11 پاسخ های جریان یکنواخت سازه ای خاص را برای دوره های زمانی کوتاه را نشان می دهد. این سازه دارای یک نسبت میرایی ۰/۵٪ و تحت تهییج سینوسی قرار دارد. شکل ب 1.11 پاسخ های همان سازه را تحت تهییج زلزله Northridge را نشان می دهد. خطوط توپر سرعت و خطوط شکسته تغییرمکان هستند. از این اشکال، مشاهده می شود که تحت تهییج تصادفی، پاسخ دیگر سیگنال های خالص سینوسی نیست. بنابراین، مفهوم فازی نمی تواند برای تشریح دقیق رابطه بین سرعت و تغییرمکان استفاده گردد. با این حال، تغییرمکان ماکزیمم همیشه هنگامیکه سرعت صفر است، رخ می دهد؛ و در اکثر موارد، سرعت ماکزیمم هنگامیکه تغییرمکان نزدیک به صفر است، رخ می دهد. مشاهده می شود که سرعت ها دارای فاز پیشروی تقریباً ۹۰ درجه بر تغییرمکان هستند.

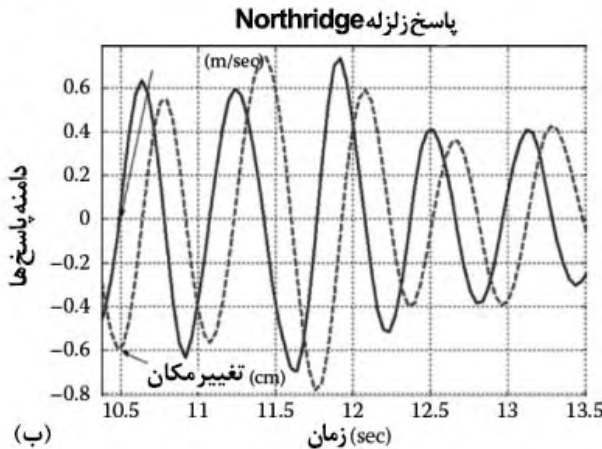
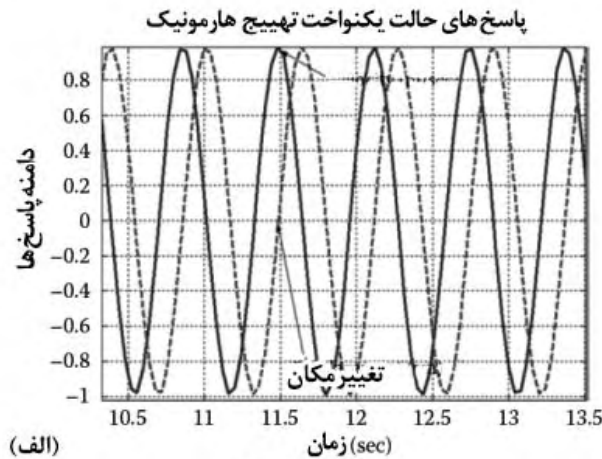
۱،۱،۴ تهییج زمین

۱،۱،۴،۱ معادله حاکم

شکل الف 1.1 موردی را نشان می دهد که تحت اثر یک نیروی خارجی است و در بخش قبلی، پاسخ هنگامیکه نیروی خارجی هارتکین می باشد، بحث شد. با این حال، شکل ب 1.1 سیستم SDOF با شتاب های زمین، درست برخلاف یک تهییج نیروی خارجی، تهییج می شود. اکنون، فقط تهییج هارتکین در نظر گرفته می شود. در حقیقت، این مورد با تهییج های زلزله در ارتباط است. با نشان داده شتاب زمین بصورت \ddot{x}_g و شتاب مطلق جرم نشان داده شده در شکل ب 1.1 مطابق

$$\ddot{x}_A(t) = \ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) \quad (1.62)$$

که در آن \ddot{x} شتاب جرم نسبت به زمین است.



شکل ۱،۱۱ پاسخ‌های سازه‌ای (الف) پاسخ‌های هار تکین و (ب) پاسخ‌های زلزله

به علاوه، فرض است که x و \dot{x} تغییر مکان و سرعت جرم نسبت به زمین می‌باشند. آنگاه، معادله حاکم حرکت برای جرم را بصورت زیر می‌توان نوشت:

$$m\ddot{x}_A(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (1.63)$$

با جایگذاری معادله ۱،۶۲ در معادله ۱،۶۳ و بازنویسی معادله داریم:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -m\ddot{x}_g(t) \quad (1.64)$$

در قیاس با معادله ۱،۱، تشابه محقق شده جز در این مورد، نیروی خارجی مشخص می‌شود

$$f(t) = -m\ddot{x}_g(t) \quad (1.65)$$

مثلاً، نیروی $f(t)$ معادل با مقدار منفی حاصل ضرب جرم و شتاب زمین است. در بخش قبلی، هنگامیکه نیروی خارجی در معادله ۱،۱ هار تکین فرض شد، جواب جریان-یکنواخت (steady-state solution)

بدست آمد. اکنون، اگر سیستم با شتاب زمین که سینوسی است تهییج شود، پاسخ های مشابهی را می توان یافت. توجه داریم که در مهندسی زلزله، تابع نیرویی، تهییج سینوسی نیست. اگر سخت گیرانه صحبت کنیم، نیروی خارجی هم نیست. با این حال، تهییج هارتکین می تواند عصاره اساسی پاسخ زلزله را آشکار کند. این مورد اول برای کشف طبیعت نیروی ناشی از لرزه با لحاظ تهییج سینوسی زمین آزموده می شود که بعد از استفاده مفهوم ارتعاش تصادفی است. در شکل ب 1.1، تهییج f به علت جنبش زمین، \ddot{x}_g است. این امر ناشی از نیروی داخلی جرم است. در حقیقت، اگر جرم از زمین جدا شود، مشاهده می شود که هیچ نیروی خارجی در این سیستم اعمال نمی گردد. در عوض، ۳ نیرو وجود دارند؛ نیروی اینرسی،

$$f_i = m\ddot{x}_A \quad (1.66)$$

نیروی میرایی

$$f_d = c\dot{x} \quad (1.67)$$

و فنر یا نیروی بازگرداننده

$$f_r = kx \quad (1.68)$$

در مهندسی سازه، فنر یا نیروی بازگرداننده اغلب به عنوان پارامتر کنترلی طراحی استفاده می شود که یک عبارت کلی نمایانگر نیروهای المانی و تنش ها نظیر نیروهای محوری، ممانهای خمشی و برش است. این روش نیز توسط مهندسين زلزله انتخاب می شود. در مورد اخير، سختی k به عنوان سختی جانبی و نیرو به نیروی استاتیکی معادل f_{ST} موسوم است،

$$f_{ST} = f_r = kx \quad (1.69)$$

توجه داریم که به عنوان یک پارامتر کنترل طراحی، نیروی f_{ST} ، در معادله ۱,۶۹ شامل نیروی میرایی نیست. این بخاطر سازه های مهندسی سازه معمول است، نیروی میرایی کاملاً کوچک بوده و از آن چشم پوشی می شود. از این رو،

$$f_{ST} = kx \approx -m\ddot{x}_A \quad (1.70)$$

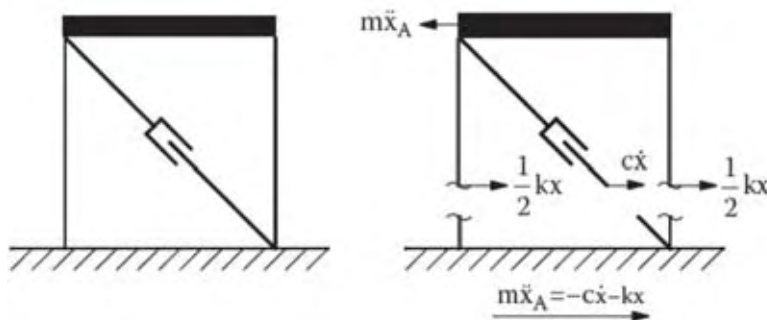
در اکثر آئین نامه های ساختمانی، f_{ST} ، به عنوان برش پایه استفاده می شود. هنگامیکه نیروی میرایی بسیار کوچک است، معادله ۱,۷۰ فرمولی برای محاسبه برش پایه از طریق حاصلضرب $m\ddot{x}_A$ فراهم می کند. با این حال، اگر میراگرها اضافه شوند، نیروی میرایی ممکن است دیگر به حد کافی کوچک برای چشم پوشی نبوده و استفاده از معادله ۱,۷۰ برای تعیین نیروی استاتیکی معادل باید امتحان گردد. برای مثال، برش پایه سازه SDOF تعریف شده در شکل ب 1.1 تابعی از $m\ddot{x}_A$ است که با نیروی میرایی اصلاح می شود (Mohraz و Sadek ۲۰۰۰). این مطلب، بطور مفصل در فصول بعدی بحث می شود. در حقیقت، برش پایه نهایی که با f_{TBS} در واکنش سیستم حاصل ضرب جرم و شتاب زمین مطابق شکل الف 1.12 برای یک سازه SDOF است و شکل ب 1.12 برای تعریف برش پایه کل است که در آن

$$f_{ST} = (\frac{1}{2}kx + \frac{1}{2}kx) < kx + c\dot{x} = -m\ddot{x}_A = f_{TBS}$$

۱,۱,۴,۲ پاسخ های تهییج هارتهکین زمین

اگر شتاب زمین سینوسی باشد، آنگاه

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -mx_g'' \sin(\omega_f t) = m\omega_f^2 x_g \sin(\omega_f t) \quad (1.71)$$



شکل ۱,۲ برش پایه کل

که

$$x_g'' = -\omega_f^2 x_g \quad (1.72)$$

دامنه شتاب زمین و x_g دامنه تغییرمکان زمین است. با تقسیم هر دو طرف بر سمت راست معادله ۱,۷۲ بر m ، فرم تک-متغیری به شرح زیر است:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t) = \omega_f^2 x_g \sin(\omega_f t) \quad (1.73)$$

بطور مشابه، پاسخ های حالت یکنواخت مطابق معادله ۱,۴۰ بشرح زیرند:

$$x_{ps} = x_0 \sin(\omega_f t + \phi) \quad (1.74)$$

$$\dot{x}_{ps} = \omega_f x_0 \cos(\omega_f t + \phi) \quad (1.75)$$

$$\ddot{x}_{ps} = -\omega_f^2 x_0 \sin(\omega_f t + \phi) \quad (1.76)$$

در این مورد، دامنه تغییرمکان نسبی $x(t)$ که با x_0 نیز نشان داده می شود، دارای عبارت نسبتاً متفاوتی از معادله ۱,۴۲ است، یعنی:

$$x_0 = \frac{x_g \omega_f^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega_f)^2}} \quad (1.77)$$

به عبارت دیگر، زوایای فازی مشابه معادله ۱,۴۳ بوده و بدینسان تکرار می شوند. در این مورد، زاویه Φ مبین تفاضل فازی بین شتاب حرکت تهییج زمین و تغییرمکان پاسخ است، بصورت:

$$\phi = \begin{cases} \tan^{-1} \left[\frac{2\xi\omega_n\omega_f}{\omega_f^2 - \omega_n^2} \right] + h_\phi \pi, & \omega_n \neq \omega_f \\ -\frac{\pi}{2}, & \omega_n = \omega_f \end{cases} \quad (1.78)$$

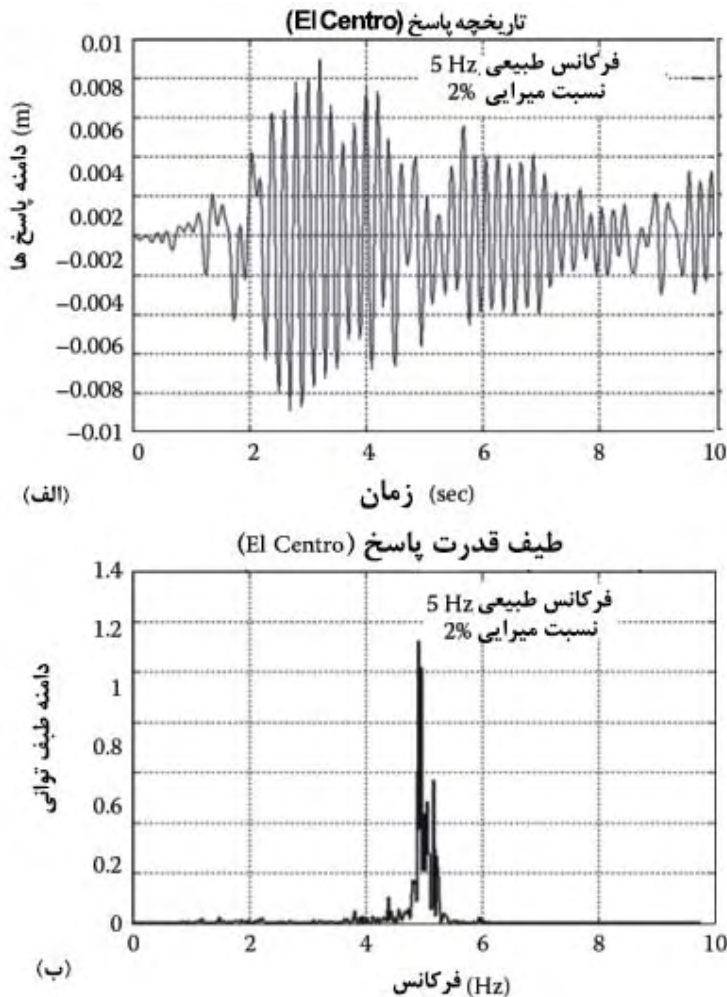
همانطور که قبلاً گفته شد، مقدار تابع هویساید (Heaviside) h_{ϕ} (هم ۱ و هم صفر) به علامت $\omega_n^2 - \omega_f^2$ دارد (برای مثال معادله ۱،۴۴ را مشاهده نمایید). در این مورد، جواب معادله نوشته شده به شکل سینوسی خالص در معادله ۱،۷۴ نشان داده شده است. با این حال، حرکات زمین در زلزله نسبت به حالت سینوسی تصادفی می باشند. در فصل دوم، تهییج های دلخواه شامل ورودی تصادفی^۵ معرفی خواهند گردید. در اینجا، تهییج تصادفی بطور خلاصه با مقایسه پاسخ با تهییج های هارتکین بحث می شوند. در مورد تهییج تصادفی، هیچ فاز قاطع ϕ وجود ندارد که اکنون نسبتاً تصادفی است. همچنین، هیچ فرکانس مشخص ω_f وجود ندارد. با این حال، میرایی سازه کوچک بوده، مثلاً $0.1 < \zeta$ فرکانس پاسخ به فرکانس طبیعی سیستم بسیار نزدیک است که اغلب به سیستم باند باریک^۶ موسوم می باشد (Clough و Penzien ۱۹۹۳).

شکل الف 1.12 اولین ۱۰ ثانیه از یک تاریخچه زمانی زلزله برای یک سیستم باند باریک را نشان می دهد که فرکانس طبیعی اش ۵ هرتز با میرایی ۲٪ است. مشاهده می شود که دامنه در برابر زمان اندکی تصادفی است. با این حال، یک فرکانس کاملاً واضح را می توان مشاهده نمود. در شکل ب 1.12، طیف توانی پاسخ مشاهده می شود. مشاهده می شود که در همسایگی ۵ هرتزی، چگالی طیف توانی کاملاً متمرکز می باشد. از آنجا که باند این ناحیه متمرکز نسبتاً باریک می باشد، بنابراین سیستم یک سیستم باند باریک خوانده می شود.

از شکل الف 1.13 تغییرات دامنه نشانگر دشواری در یافتن پاسخ اوج است. در حقیقت، برای یک سیستم ارتعاشی معین، یک یا چند درجه آزادی، خطی یا غیرخطی، به همراه دامنه معین تهییج زلزله، از لحاظ ریاضی تعیین دامنه پاسخ اوج ناممکن است.

⁵ - Random Input

⁶ - Narrow Band System



شکل ۱،۱۳ پاسخ سیستم باند باریک (الف) تاریخچه زمانی (ب) طیف توانی پاسخ

به عبارت دیگر، تحت ارتعاش تصادفی، این حقیقت که ورودی محدود شده به یک محدوده روی خروجی منتهی نمی شود، یکی از مهمترین خواص پاسخ های سازه ای لرزه ای است. تمایز بین تابع نیرویی همانطور که پیشتر در معادله ۱،۱ ذکر شد و مورد بیان شده در معادله ۱،۷۱، مورد اول به تهییج خارجی کلی و دومی به تهییج زمین موسوم است.

مثال ۱،۶

در بحث فوق، تغییرمکان نسبی، سرعت و شتاب به عنوان متغیرهای هنگامیکه برای تولید معادلات حاکم استفاده شدند. با این حال، نیاز است که شتاب مطلق نیز حساب شود. با توجه به معادله ۱،۶۲، شتاب مطلق برابر است،

$$\ddot{x}_A(t) = \ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t)$$

تصور کنید که یک سیستم SDOF با $m = 2$ ، $c = 20$ و $k = 200$ به عنوان پارامترهای اساسی به شکل غیرابعادی می باشد. با تهییج هار تکین $\omega_f = 10$

$$x_g(t) = 5\sin(10t)$$

توجه داریم که فرکانس طبیعی میراننده برابر $\omega_f = (200/20)^{1/2}$ است، به نحوی که نسبت فرکانس $r = 1$ می باشد. نسبت میرایی برابر است با:

$$\xi = \frac{c}{2\omega_n m} = \frac{20}{40} = 0.5$$

با شرایط اولیه صفر، دامنه تغییر مکان نسبی جریان یکنواخت برابر است با:

$$x_0 = \frac{5\omega_f^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega_f)^2}} = \frac{5}{2 \times 0.5 \times 100} = 5$$

در حالی که زاویه فازی

$$\phi = -\pi/2$$

بنابراین، شتاب نسبی برابر است با:

$$\ddot{x}() = -\omega_f^2(5)\sin(10t - \pi/2) = 500\cos(10t)$$

بنابراین شتاب مطلق برابر است با:

$$\ddot{x}_A(t) = -500\sin(10t) + 500\cos(10t) = 707.1\cos(10t + 0.785)$$

تفاوت ممکن است با مقایسه شتاب های نسبی و مطلق مشاهده شود.

۱,۲ بزرگنمایی دینامیکی

در بحث فوق، پاسخ های جریان یکنواخت هر دو مورد تهییج زمین و تهییج کلی مرور شد. آزمودن دامنه پاسخ ها و مقایسه نتایج آن با منابع استاتیکی نیز مفید است.

۱,۲,۱ ضریب بزرگنمایی دینامیکی، تهییج کلی

۱,۲,۱,۱ ضریب بزرگنمایی دینامیکی تغییر مکان

اولاً، در مورد تهییج کلی، دامنه x_0 تعریف شده در معادل ۱,۴۲ آزموده می شود. با تقسیم همزمان ω_n^2 بر هر دو صورت و مخرج سمت راست معادله ۱,۴۲ داریم،

$$x_0 = \frac{f_0/(m\omega_n^2)}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi\frac{\omega_f}{\omega_n}\right)^2}} = \frac{f_0/k}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi\frac{\omega_f}{\omega_n}\right)^2}} \quad (1.79)$$

با ضرب کردن عبارت f_0/k در سمت راست معادله ۱,۷۹ در β_d داریم:

$$\beta_d = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega_f}{\omega_n}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (1.80)$$

در اینجا، r نسبت فرکانس با

$$r = \frac{\omega_f}{\omega_n} \quad (1.81)$$

بنابراین، دامنه x_0 را می توان بصورت:

$$x_0 = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega_f}{\omega_n}\right)^2}} \frac{f_0}{k} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \frac{f_0}{k} = \beta_d \frac{f_0}{d} \quad (1.82)$$

بازنویسی کرد. در معادله ۱،۸۲، عبارت f_0/k را می توان به عنوان تغییرمکان استاتیکی هنگامیکه سیستم دارای سختی k تحت اثر نیرو با دامنه f_0 است، دید. از این رو، دامنه تغییرمکان دینامیکی $x(t)$ مثلاً x_0 ، را می توان به عنوان تغییرمکان استاتیکی ضربدر ضریب ویژه β_d دید که حال با نام ضریب بزرگنمایی دینامیکی (dynamic magnification factor) برای تغییرمکان خوانده می شود. از معادله ۱،۸۲، مشاهده می شود که ضریب بزرگنمایی دینامیکی تابعی از (۱) نسبت فرکانس موثر بر فرکانس طبیعی $r = \omega_f / \omega_n$ است؛ و (۲) نسبت میرایی ξ . از این رو

$$\beta_d = \beta_d(\xi, r) \quad (1.83)$$

به علاوه، معادله ۱،۸۲ را مجدداً می توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$x_0 = \frac{f_0}{k/\beta_d} = \frac{f_0}{k_D} \quad (1.84)$$

که در آن k_D سختی آشکار خوانده می شود و

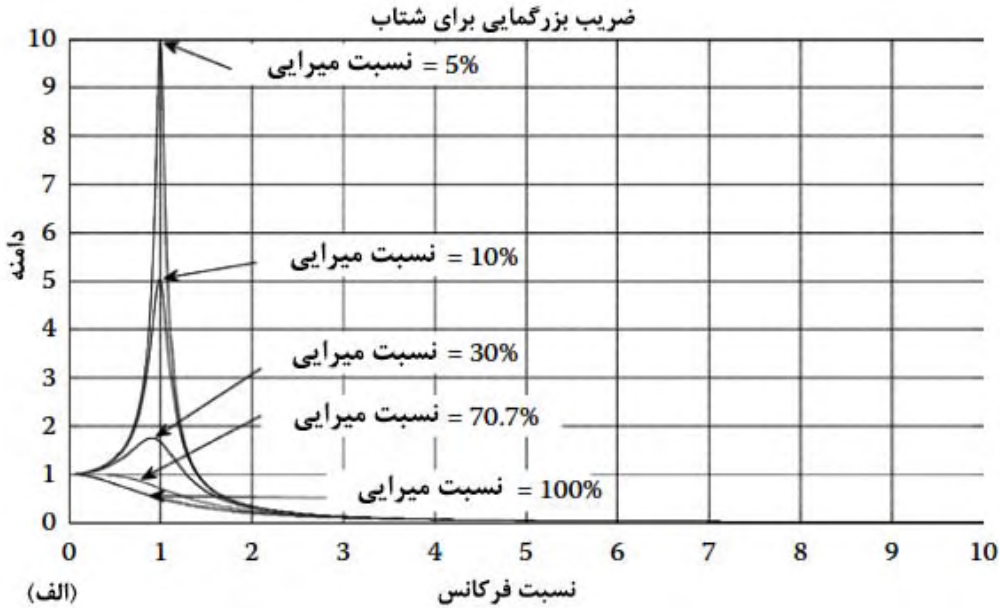
$$k_D = \frac{k}{\beta_d} = \frac{f_0}{x_0} \quad (1.85)$$

در معادله ۱،۸۵، مشاهده می شود که k_D دامنه نیروی بازای پاسخ دینامیکی تغییرمکان است. همچنین سختی استاتیکی اصلاح شده با تقسیم بر ضریب بزرگنمایی دینامیکی است. این سختی دینامیکی تابعی از؛ (۱) نسبت r ، نسبت فرکانس موثر بر فرکانس طبیعی ω_f / ω_n ؛ و (۲) نسبت میرایی ξ و (۳) سختی استاتیکی k است. از این رو،

$$k_D = k_D(\xi, r, k) \quad (1.86)$$

شکل ۱،۱۴ مجموعه ای از منحنی های ضرایب بزرگنمایی دینامیکی با نسبت های میرایی مختلف را نشان می دهد. شکل الف 1.14 نشان می دهد که ضرایب بزرگنمایی دینامیکی β_d هم بزرگتر و هم کوچکتر از واحد می تواند باشد. هنگامیکه نسبت فرکانس به ۱ نزدیک باشد، سیستم با میرایی پایین

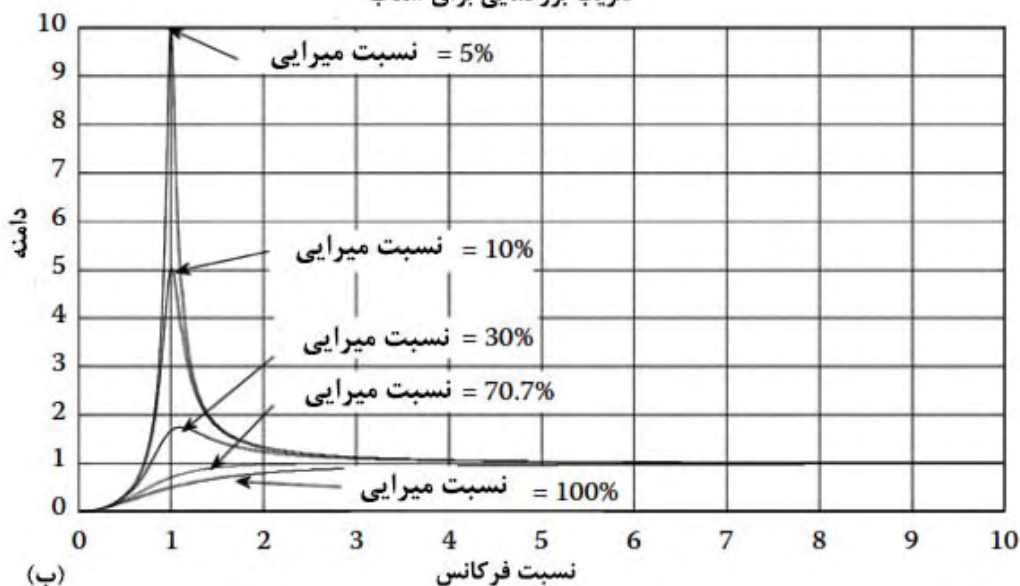
همیشه دارای مقدار β_h بزرگتر از واحد خواهد بود. این پدیده تشدید^۷ نامیده می شود. هرچه میرایی کوچکتر باشد، مقدار β_h هنگامیکه رزونانس رخ می دهد، بزرگتر می شود. رفتار تشدید خالص برای یک سیستم ایده آل با میرایی صفر رخ می دهد؛ که در آن، تشدید نامحدود می گردد. هنگامیکه نسبت میرایی بزرگتر از 0.707 می شود، سیستم بیش-میرا شده^۸ است.



⁷ - Resonance

⁸ - Over-Damped

ضریب بزرگمایی برای شتاب



شکل ۱،۴ ضریب بزرگمایی دینامیکی (الف) تغییرمکان (ب) شتاب

۱،۲،۱،۲ ضریب بزرگمایی دینامیکی شتاب

در بسیاری موارد، نیاز است دامنه شتاب، که به a_0 نشان داده می شود، علاوه بر دامنه تغییرمکان محاسبه شود. کمیت a_0 یک ثابت نامتغیر با زمان است. در مورد پاسخ جریان یکنواخت سینوسی، از معادله ۱،۴۰ داریم $a_0 = \omega_f^2 X_0$. بنابراین، در معادله ۱،۴۱، شتاب را مجدداً می توان بصورت:

$$a_0 = \frac{f_0}{k} \left[\frac{\omega_f^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega_f}{\omega_n}\right)^2}} \right] = \frac{f_0}{m} \left[\frac{\frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega_f}{\omega_n}\right)^2}} \right] \quad (1.87)$$

نوشت. عبارت داخل پرانتز در سمت راست معادله ۱،۸۷ را می توان با β_a نشان داد، یعنی:

$$\beta_a = \frac{\frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega_f}{\omega_n}\right)^2}} = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (1.88)$$

در اینجا، β_a موسوم به ضریب بزرگمایی دینامیکی می باشد که در شکل 1.14b نشان داده شده است. با استفاده از β_a دامنه شتاب را بصورت زیر می توان نوشت:

$$a_0 = \beta_a \frac{f_0}{m} = \frac{f_0}{m_D} \quad (1.89)$$

از معادله ۱،۸۹، پاسخ دینامیکی شتاب را می توان به عنوان حاصل ضرب ضریب بزرگنمایی دینامیکی و عبارت f_0/m نوشت.

$$m_D = \frac{m}{\beta_a} = \frac{f_0}{a_0} \quad (1.90)$$

از معادله ۱،۸۵، m_D دامنه نیرو بازای پاسخ دینامیکی واحد شتاب است. همچنین جرم با تقسیم بر ضریب بزرگنمایی دینامیکی اصلاح می شود. بطور کلی، آن را می توان به نوع ویژه ای از سختی دینامیکی نسبت داد.

مثال ۱،۷

یک ماشین می تواند به عنوان یک سیستم SDOF با $m = 500(\text{kg})$, $c = 707.1(\text{N-s/m})$ و $k = 2,500,000(\text{N/m})$ مدل شود. تصور نمایید این ماشین تحت اثر تهییج هارتکین با دامنه $4000(\text{N})$ و یک فرکانس موثر برابر با $10(\text{Hz})$ قرار دارد. ماکزیمم تغییرمکان و شتاب مجاز ماشین به ترتیب $1(\text{cm})$ و $2g$ ($1g = 9.8\text{m/s}^2$) می باشد. کنترل کنید که الزامات برقرار باشند. می توان محاسبه کرد که $\beta_d = 4.7353$ و $\beta_a = 3.7388$. بنابراین، تغییرمکان برابر 0.0076 ، $m = 7.6(\text{mm})$ و شتاب برابر $3.05(g) = 29.91\text{m/s}^2$ است. به دنبال آن، تغییرمکان قابل قبول بوده، ولی شتاب از مقدار مجاز بیشتر است.

۱،۲،۱،۳ مقادیر اوج ضرایب بزرگنمایی دینامیکی

گام بعدی یافتن نسبت فرکانس است هنگامیکه مقدار مینیوم ضریب بزرگنمایی دینامیکی تغییرمکان β_d حاصل می شود، از این رو

$$\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = (\beta_d)_{\max} \quad (1.91)$$

داریم

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2} \right] = 0 \quad (1.92)$$

برای جلوگیری از مشتق جزئی پیچیده ریاضی، مقدار مینیوموم داخل ریشه مربعات مخرج را پیدا

می کنیم از این رو

$$(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2 = \min \quad (1.93)$$

مثلاً، فرض نمایید مشتق جزئی عبارت سمت چپ معادله ۱،۹۳ با توجه به متغیر r برابر صفر است.

بنابراین

$$\frac{d}{dr} \left[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2 \right] = 0 \quad (1.94)$$

بنابراین

$$r = \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (1.95)$$

یا

$$\omega_f = \sqrt{1 - 2\xi^2} \omega_n \quad (1.96)$$

مقدار اوج (نقطه عطف) بدست می آید.

معادلات ۱,۹۵ و ۱,۹۶ به مقدار ماکزیمم ضریب بزرگنمایی دینامیکی اشاره دارد که دقیقاً جاییکه $\omega_f = \omega_n$ می باشد. معمولاً، فرکانس در تشدید اوج به عنوان فرکانس طبیعی استفاده می شود. با این حال، هنگامیکه نسبت میرایی بزرگ می شود، فرکانس تشدید باید بوسیله معادله ۱,۹۶ اصلاح شود. بنابراین، یک نماد خاص، ω_D برای نشان دادن نقطه تشدید اوج استفاده می شود:

$$\omega_D = \sqrt{1 - 2\xi^2} \omega_n \quad (1.97)$$

که در آن ω_D فرکانس تشدید تغییرمکان است. از معادله ۱,۹۵، مشاهده می شود که اگر فقط

$$1 - 2\xi^2 > 0$$

یا

$$\xi < \sqrt{2}/2 = 0.707 \quad (1.98)$$

آنگاه $r > 0$.

بنابراین، فقط اگر معادله ۱,۹۸ برقرار باشد، سیستم می تواند دارای یک مقدار تشدید یا اوج باشد. در غیر اینصورت، ضریب بزرگنمایی همیشه کوچکتر از واحد خواهد بود جز برای $r = 0$. برای تعیین مقدار تشدید، با جایگذاری معادله ۱,۹۵ در معادله ۱,۸۰، داریم:

$$\beta_d(\omega_D) = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.99)$$

از این رو، هنگامیکه $r = \sqrt{1 - 2\xi^2}$ از معادله ۱,۸۲ داریم:

$$x_0 = \frac{f_0}{k} \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.100)$$

همچنین از معادله ۱,۸۲، مشاهده می شود که هنگامیکه $r = 1$ ، تغییرمکان هنوز می تواند بسیار بزرگ باشد، با وجود اینکه مقدار اوج را رد کرده است. از این رو:

$$x_0 = \frac{f_0}{k} \frac{1}{2\xi} \quad (1.101)$$

توجه داریم که در روش بالا، نسبت میرایی نیز همیشه کوچکتر از ۱ است. با قیاس معادله ۱،۱۰۰ و معادله ۱،۱۰۱ مشاهده می شود که مقدار اوج $1/\sqrt{1-\xi^2}$ برابر مقدار است، هنگامیکه $r=1$. بنابراین، X_0 تعریف شده در معادله ۱،۱۰۰ همیشه بزرگتر از مورد تعریف شده در معادله ۱،۱۰۱ است. بطور مشابه فرکانس تشدید شتاب ω_A با مشتق گیری از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \right] = 0 \quad (1.102)$$

برای مورد کم-میرا شده

$$r = \frac{1}{\sqrt{1-2\xi^2}} \quad (1.103)$$

یا

$$\omega_A = \frac{1}{\sqrt{1-2\xi^2}} \omega_n \approx \sqrt{1+2\xi^2} \omega_n \quad (1.104)$$

نقطه تشدید بدست می آید.

با جایگذاری معادله ۱،۱۰۳ در معادله ۱،۸۸ داریم

$$\beta_a(\omega_A) = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.105)$$

از این رو هنگامیکه $r = (1/\sqrt{1-2\xi^2})$ از معادله ۱،۸۷ و ۱،۸۸ داریم:

$$a_0 = \frac{f_0}{m} \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.106)$$

همچنین از معادله ۱،۸۸ مشاهده می شود که هنگامیکه $r=1$ ، شتاب بسیار بزرگ می شود، با وجود اینکه به مقدار اوج هنوز نرسیده است. از این رو

$$a_0 = \frac{f_0}{m} \frac{1}{2\xi} \quad (1.107)$$

بار دیگر، از آنجا که نسبت میرایی همیشه کمتر از ۱ است، از معادله ۱،۱۰۶ و ۱،۱۰۷ مقدار شتاب اوج برابر $1/\sqrt{1-\xi^2}$ مقدار است، هنگامیکه $r=1$ و مقدار از معادله ۱،۱۰۶ بدست آمده همیشه از هر دو بزرگتر است. با مقایسه معادله ۱،۱۰۶ و ۱،۱۰۰ و همچنین مقایسه معادله ۱،۱۰۷ با معادله ۱،۱۰۱، تشابهاتی بین تشدید شتاب و تشدید تغییرمکان یافته می شود. مشابه با مورد بزرگنمایی تغییرمکان، شرایط تعریف شده در معادله ۱،۹۸ باید برقرار باشد تا یک نسبت فرکانس با مقدار واقعی غیرصفر بدست آید. از این رو، اگر نسبت میرایی بزرگتر یا مساوی ۰،۷۰۷ باشد، تشدید شتاب حاصل خواهد شد. از معادلات ۱،۱۰۴ و ۱،۹۸ مشاهده می شود که نسبت میرایی هنگامیکه بزرگتر می شود، خطاهایی اگر

برای تخمین فرکانس تشدید برای شتاب و تغییرمکان استفاده شود، رخ می دهد. برای مثال، اگر نسبت میرایی بزرگتر از ۳۰٪ باشد، بیش از ۱۰٪ تفاوت بین ω_A (یا ω_D) و فرکانس های ω_n وجود خواهد داشت. برای سهولت، ω_n اغلب در این کتاب استفاده می شود، مگر اینکه خلاف آن ذکر شود. با این حال، توجه داشته باشید که تحت تحریکات زلزله، حتی هنگامیکه تابع زلزله متفاوت با توابع بار سینوسی است، مقادیر ماکزیمم شتاب و جابجایی را می توان با توجه به توضیحاتی که در معادلات ۱،۱۰۶ و ۱،۱۰۰ تشریح شده بدست آورد.

توجه داریم که فرکانس تشدید سرعت ω_v ، متأثر از نسبت میرایی نمی باشد، از این رو،

$$\omega_v = \omega_n \quad (1.108)$$

۱،۲،۱،۴ ضرایب بزرگنمایی دینامیکی که به یکتایی می رسند

۱،۲،۱،۴،۱ ضریب بزرگنمایی دینامیکی برای تغییرمکان

هنگامیکه نسبت فرکانس $r = 0$ باشد، ضریب بزرگنمایی دینامیکی β_d ، برابر واحد است. اکنون زمان یافتن نقطه فرکانس ثانویه ای است که بار دیگر β_d به مقدار واحد باز می گردد. با حل

$$\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = 1 \quad (1.109)$$

به یافتن نقطه فرکانس منتهی می شود:

$$r = \sqrt{2} \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (1.110)$$

بنابراین هنگامیکه

$$\omega_f = \sqrt{2} \sqrt{1 - 2\xi^2} \omega_n \quad (1.111)$$

ضریب بزرگنمایی دینامیکی تغییرمکان به مقدار واحد می رسد. به عبارت دیگر، هنگامیکه نسبت میرایی کوچکتر از ۰،۷۰۷ است و فرکانس موثر کوچکتر از $\beta_d \sqrt{2} \sqrt{1 - 2\xi^2} \omega_n$ است، β_d همیشه بزرگتر از واحد می باشد، بجز هنگامیکه $\omega_f = 0$. به عبارت دیگر، اگر فرکانس موثر بزرگتر از $\beta_d \sqrt{2} \sqrt{1 - 2\xi^2} \omega_n$ باشد، β_d همیشه کوچکتر از واحد خواهد بود. این رفتار را می توان در شکل الف 1.14 مشاهده نمود.

۱،۲،۱،۴،۲ ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب

هنگامیکه نسبت فرکانس $r = 0$ باشد، ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب β_d برابر صفر است. هنگامیکه r به سمت بی نهایت افزایش می یابد، β_d برابر واحد خواهد بود. برای یافتن نقطه دیگری که در آن β_d به یک می رسد، معادله بعدی حل خواهد شد:

$$\frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = 1 \quad (1.112)$$

که از آن نقطه فرکانس به دست می آید:

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{1-2\xi^2}} \quad (1.113)$$

بنابراین

$$\omega_f = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{1-2\xi^2}} \omega_n \quad (1.114)$$

ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب به ۱ می رسد. از این رو، هنگامیکه نسبت میرایی کوچکتر از ۰,۷۰۷ باشد و اگر فرکانس موثر کوچکتر از $(\sqrt{2}\sqrt{1-2\xi^2})\omega_n$ باشد، β_a همیشه کوچکتر از واحد خواهد بود. بطور جایگزین، اگر فرکانس موثر بزرگتر از $(\sqrt{2}\sqrt{1-2\xi^2})\omega_n$ باشد، β_a همیشه بزرگتر از مقدار واحد خواهد بود. برخی از این رفتار در شکل ب 1.14 نشان داده شده اند.

۱,۲,۱,۵ نقاط نیم-توانی^۹ و ناحیه تشدید

۱,۲,۱,۵,۱ نقاط نیم-توانی ضریب بزرگنمایی دینامیکی تغییر مکان

هنگامیکه دامنه بزرگنمایی دینامیکی به مقدار $\sqrt{2}/2$ می رسد، از اهمیت زیادی برای ما برخوردار است. از این رو هنگامیکه:

$$\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.115)$$

با حل معادله ۱,۱۱۵ برای یافتن مقدار نسبت فرکانس ۲ داریم:

$$r_{1,2}^2 = 1 - 2\xi^2 \mp 2\xi\sqrt{1-\xi^2} \quad (1.116)$$

چون نسبت میرایی اغلب بسیار کوچک است، نتیجه تقریبی برابر است با:

$$r_{1,2} \approx 1 - \xi^2 \mp \xi\sqrt{1-\xi^2} \quad (1.117)$$

در اینجا

$$r_1 = \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad (1.118)$$

و

$$r_2 = \frac{\omega_2}{\omega_n} \quad (1.119)$$

⁹ -Half-Power

هر دو نشان دهنده نقطه فرکانس ویژه هنگامیکه دامنه ضریب بزرگنمایی به $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر مقدار اوج می رسد هستند که به نقاط نیم-توانی مشهور هستند. آنگاه، ω_1 و ω_2 مقادیر فرکانس های مربوطه تعریف شده به عنوان فرکانس های نقاط نیم-توانی هستند. از معادلات ۱,۱۱۸ و ۱,۱۱۹ داریم:

$$r_2 - r_1 = 2\xi\sqrt{1-\xi^2} \approx 2\xi \quad (1.120)$$

و

$$r_2 + r_1 = 2(1-\xi^2) \approx 2 \quad (1.121)$$

بنابراین،

$$\xi \approx \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2 + \omega_1} \approx \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_n} \quad (1.122)$$

معادله ۱,۱۲۲ نشان می دهد که اگر فرکانس های نیم-توانی ω_1 و ω_2 و فرکانس طبیعی ω_n را می توان اندازه گیری کرد، نسبت میرایی را می توان بصورت تقریبی تعیین نمود. در حقیقت، از آنجا که نقاط نیم-توانی و در نقطه تشدید دامنه پاسخ بزرگ است، اندازه گیری های نقاط سیگنال به نوبه نسبتاً بالا هستند. بنابراین، هنگامیکه نسبت میرایی کاملاً کوچک باشد، مثلاً کمتر از ۳۰٪، معادله ۱,۱۲۲ تخمین خوبی از نسبت میرایی فراهم می کند.

توجه داریم که تخمین برای بدست آوردن معادله ۱,۱۲۲ بر اساس نسبت های میرایی کوچک است. هنگامیکه نسبت میرایی به حد کافی کوچک باشد، اولین نقطه نیم-توانی دیگر وجود نخواهد داشت. به علاوه، خطاهای بزرگ هنگام تخمین نسبت میرایی ایجاد می شود. از معادله ۱,۱۱۶ هنگامیکه

$$1 - 2\xi^2 - 2\xi\sqrt{1-\xi^2} = 0 \quad (1.123)$$

آنگاه

$$\xi = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2} = 0.3827 \quad (1.124)$$

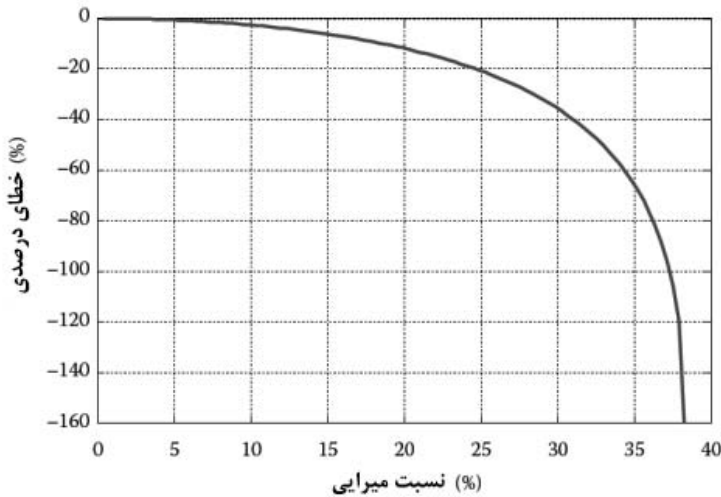
جائیکه اولین نقطه نیم-توانی ناپدید می شود.

شکل ۱,۱۵ شکلی نموداری از درصد خطای تخمین نسبت میرایی در برابر نسبت میرایی واقعی است. مشاهده می شود که نسبت میرایی کوچکتر از ۱۸,۶٪ بوده، خطای تخمین کمتر از ۱۰٪ است.

۱,۲,۱,۵,۲ نقاط نیم توانی ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب

بطور مشابه، نقاط نیم-توانی ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب را می توان برای تخمین نقاط نسبت میرایی استفاده نمود. فرض نمایید:

$$\frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.125)$$



شکل ۱،۱۵ درصد خطای تخمین نسبت میرایی

آنگاه، نسبت فرکانس ۲ بصورت زیر ارائه می شود:

$$r_{1,2}^2 = \frac{1 - 2\xi^2 \mp 2\xi\sqrt{1 - \xi^2}}{8\xi^4 - 8\xi^2 + 1} \quad (1.126)$$

بار دیگر نسبت میرایی اغلب بسیار کوچک بوده و می توان آنرا بشرح زیر تخمین زد:

$$r_{1,2} \approx 1 - \xi^2 \mp \xi\sqrt{1 - \xi^2} \quad (1.127)$$

با مقایسه معادلات ۱،۱۲۷ با معادله ۱،۱۱۷ مشاهده می شود که همان فرمول معادله ۱،۱۱۷ در مورد بزرگنمایی شتاب هست. توجه داریم برای استخراج معادله ۱،۱۲۷ از معادله ۱،۱۲۶ می توان فرض کرد که:

$$8\xi^4 - 8\xi^2 + 1 \approx 1 \quad (1.128)$$

که در خصوص نسبت های میرایی بزرگتر صحیح نیست.

۱،۲،۱،۶ کاهش پاسخ به علت افزایش میرایی

با آزمودن عوامل بزرگنمایی دینامیکی تغییر مکان و شتاب، مشاهده می شود که هنگامیکه نسبت میرایی افزایش می یابد، پاسخ ارتعاشی می تواند کاهش یابد. در بحث بعدی، کارایی کاهش پاسخ با افزایش نسبت میرایی در نواحی فرکانسی متفاوت بحث می شود. اول، همسایگی فرکانس تشدید را در نظر بگیرید. از معادلات ۱،۱۰۱ و ۱،۱۰۷، مشاهده می شود که هنگامیکه $\omega_f = \omega_n$ ، دامنه های تغییر مکان و شتاب بطور معکوسی با نسبت میرایی متناسب هستند. از این رو، هنگامیکه میرایی مضاعف می شود، دامنه ۱/۲ مقدار اولیه خواهد بود. چنین پدیده ای در ستون دوم جدول ۱،۱ آورده شده است. چون رابطه بین دامنه تغییر مکان و نسبت میرایی هنگامیکه $z \neq 1$ زیاد مطابق معادله ۱،۱۰۱ و ۱،۱۰۷ صریح نیست، کاهش دامنه هنگامیکه نسبت میرایی در نسبت فرکانس متفاوت دو برابر می شود.

جدول ۱.۱

درصد کاهش تغییر مکان $(x_0(2\xi_0)/x_0(\xi_0) - 1)$ در برابر نسبت های فرکانسی

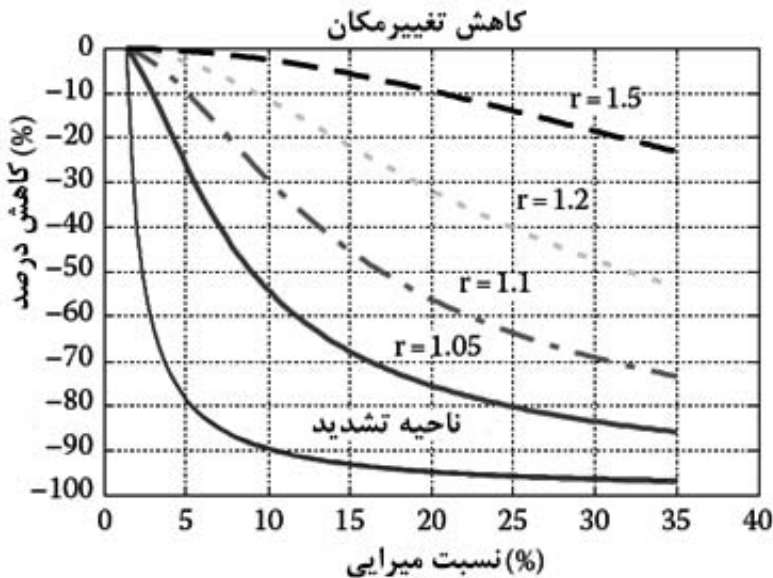
ξ_0 (%)	$r=1$	$r=\sqrt{1-2\xi^2}$	r_1	r_2	$r_{0.1}$ و r_{10}
1	0.5	0.5000	0.36	0.37	6×10^{-6}
5	0.5	0.4995	0.35	0.38	1.5×10^{-4}
10	0.5	0.4981	0.33	0.39	6×10^{-4}
30	0.5	0.4804	0.26	0.44	0.005

در جدول ۱،۱، اولین ستون نسبت میرایی اولیه است. هنگامیکه نسبت میرایی دو برابر می شود، به ترتیب ۰.۲٪، ۱.۰٪، ۲.۰٪ و ۶.۰٪ می شود. ستون سوم درصد کاهش تغییر مکان $(x_0(2\xi_0)/x_0(\xi_0) - 1)$ در نقطه تشدید تغییر مکان است. مشاهده می شود که نسبت میرایی کمی کمتر از ۰.۵ است که به اندازه هنگامیکه $r=1$ بوده، بالا نیست. ستون چهارم درصد کاهش تغییر مکان $(x_0(2\xi_0)/x_0(\xi_0) - 1)$ در اولین نقطه نیم-توانی است. نقطه نیم-توانی در یک نسبت فرکانس خاص، جاییکه دامنه تغییر مکان ۰.۷۰۷ برابر تغییر مکان اوج است. ستون پنجم درصد کاهش تغییر مکان $(x_0(2\xi_0)/x_0(\xi_0) - 1)$ در نقطه دوم نیم-توانی است. می توان اثبات کرد که بالاترین نسبت کاهش تغییر مکان در نقطه تشدید $r=1$ رخ می دهد. با این حال، در داخل محدوده بین دو نقطه نیم-توانی، کاهش تغییر مکان نسبتاً بزرگ می باشند. بطور کلی، این طیف فرکانس به ناحیه تشدید موسوم می باشد. مشاهده می شود که این کاهش ها نسبتاً کمینه می باشند. در شکل ۱،۱۶، برخی نمودارها برای مقایسه کاهش پاسخ با نسبت میرایی افزایش یافته در نقاط فرکانسی مختلف رسم شده اند. این نمودارها که با $R(\xi)$ نشان داده می شوند، درصدهای کاهش مثلاً مقادیر محور γ می باشند:

$$R(\xi) = \frac{100[\beta_d(\xi, r) - \beta_d(0.01, r)]}{\beta_d(0.01, r)} \quad (1.129)$$

و محور X برابر 100ξ است. در شکل ۱،۱۶، نسبت فرکانس برابر ۱، ۱.۲، ۱.۵، ۱.۵ و ۱،۰۵ انتخاب شده است. منحنی های مربوطه با این نسبت فرکانس ها ترسیم و علامت گذاری شده اند. می توان اثبات کرد که منحنی های کاهش $r=1.5$ و $r=1/1.5$ مشابه هستند و الی آخر. در ناحیه تشدید، کاهش درصدها در برابر نسبت میرایی نزدیک می باشند، زیرا میرایی اولیه بسیار مشابه است. به علاوه، خارج از ناحیه تشدید، افزایش میرایی کمتر موثر می شود. دورتر از ناحیه تشدید، کارایی افزایش میرایی خیلی کمتر می شود. از جدول ۱،۱ و شکل ۱،۱۶ محقق می شود که استفاده از میرایی بزرگ برای کاهش تغییر مکان می تواند در طیف تشدید موثر باشد. با این حال، کارایی خارج از این طیف فرکانسی کاهش می یابد.

از مثال ۱،۷، می توان می فهمید که سطح شتاب سیستم SDOF از مقدار مورد نیاز فراتر می رود. اگر جرم و سختی ثابت باشند، میرایی مناسب را می توان برای برآورده سازی الزامات استفاده از فاکتورهای بزرگنمایی دینامیکی استفاده نمود. تصور نمایید که سطح پاسخ نسبت میرایی تازه تخصیص داده شده باید برابر نسبت میرایی اولیه باشد، در حالی که نسبت فرکانس باید همان مقدار باقی بماند. با نشان دادن نسبت میرایی اولیه و نسبت میرایی تازه تخصیص داده شده بصورت ξ_0 و ξ_{design} به ترتیب داریم:



شکل ۱،۱۶ کاهش ضریب بزرگنمایی دینامیکی

$$\frac{\beta_d(\xi_{design}, r)}{\beta_d(\xi_0, r)} = R_D$$

برای کاهش تغییرمکان و

$$\frac{\beta_a(\xi_{design}, r)}{\beta_a(\xi_0, r)} = R_A$$

برای کاهش شتاب.

توجه داریم که هر دوی معادلات فوق به همان عبارت منتهی می شوند:

$$\frac{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi_0 r)^2}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi_{design} r)^2}} = R_D = R_A = R$$

بنابراین،

$$\xi_{design} = \frac{\sqrt{(1-r^2)^2 (1-R^2) + (2\xi_0 r)^2}}{2Rr}$$

در مثال ۱،۷، نتیجه برابر است با $r = 0.8886$ و $\xi_0 = 0.01$ با نسبت مورد نیاز $R = 2/3.05$. بنابراین:

$$\xi_{\text{design}} = 0.1372$$

بنابراین، اگر نسبت میرایی تا ۱۳،۷۲٪ افزایش یابد، آنگاه سطح شتاب برابر $2g$ خواهد بود. به علاوه، تغییرمکان تا 4.97mm کاهش پیدا می کند.

۱،۲،۲ ضریب بزرگنمایی دینامیکی، تهییج زمین

در مهندسی زلزله، تغییرمکان نسبی در برابر تغییرمکان زمین یک رابطه مفید است که اطلاعاتی در خصوص تغییرمکان سازه ای فراهم می کند. به علاوه، همچنین از آن می توان برای مطالعه تغییرمکان نسبی تکیه گاه های سازه ای هنگامیکه جداسازی لرزه ای استفاده می شود، استفاده نمود. رابطه مفید دیگر شتاب زمین در برابر شتاب مطلق جرم است. در مهندسی زلزله، شتاب زمین به عنوان ورودی استفاده می شود. شتاب مطلق برای بدست آوردن نیروی موثر بر یک سازه معین استفاده می شود. در مورد جداسازی لرزه ای، شتاب های مطلق روسازه برای کاهش از نیروها مطالعه می گردند.

۱،۲،۲،۱ ضریب بزرگنمایی دینامیکی تغییرمکان نسبی

مورد ویژه تهییج هارتنکین زمین بعداً در نظر گرفته می شود. با تقسیم صورت و مخرج در معادله ۱،۷۷ بر ω_n^2 داریم:

$$x_0 = \frac{x_g \frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_f^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega_f}{\omega_n}\right)^2}} = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} x_g = \beta_{\text{dB}} x_g \quad (1.130)$$

که در آن

$$\beta_{\text{dB}} = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (1.131)$$

عبارت β_{dB} را می توان ضریب بزرگنمایی دینامیکی تغییرمکان نسبی سیستم تحت اثر تهییج زمین با دامنه x_g دانست. از این رو، تغییرمکان نسبی را می توان به عنوان حاصلضرب ضریب بزرگنمایی دینامیکی و دامنه زمین دانست. در شکل الف 1.17، مقادیر ضریب بزرگنمایی دینامیکی در برابر نسبت فرکانس برای برخی نسبت های میرایی ترسیم شده اند. مشاهده می شود که نسبت فرکانس به صفر نزدیک است (یعنی فرکانس موثر بسیار کوچک است)، ضریب بزرگنمایی دینامیکی نزدیک به صفر است. با این حال، هنگامیکه فرکانس موثر به فرکانس طبیعی نزدیک است، اگر میرایی کوچک باشد، ضریب بزرگنمایی دینامیکی می تواند بسیار بزرگ باشد. مشابه با مورد تهییج کلی، نواحی تشدید نیز موجود می باشند. هنگامیکه فرکانس موثر بسیار بزرگ می شود، مقادیر ضریب بزرگنمایی دینامیکی نیز به ۱ همگرا خواهد شد، علیرغم نسبت میرایی متفاوت. در شکل 1.17b، زوایای فازی تغییرمکان در برابر

نسبت فرکانس برای برخی از نسبت های میرایی ترسیم شده اند. از این شکل، مشاهده می شود که قبل از ناحیه تشدید، تفاوت فازی پاسخ و تغییرمکان زمین کمتر از 90° - درجه است $(-\pi/2)$. هنگامیکه میرایی کوچک باشد، زاویه فازی به 0° نزدیک است. بعد از ناحیه فازی، تفاوت فازی بزرگتر از 90° - است. هرچه میرایی کمتر باشد، زاویه فازی 180° - بیشتر به نزدیک می گردد. مقایسه با مورد تهییج کلی نشان می دهد که ضریب بزرگنمایی دینامیکی تغییرمکان نسبی سیستم تحت اثر تهییج زمین، حسب فرمول، برابر با ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق یک سیستم تحت اثر تهییج کلی است. از این رو،

$$\beta_{dB} = \beta_a \quad (1.132)$$

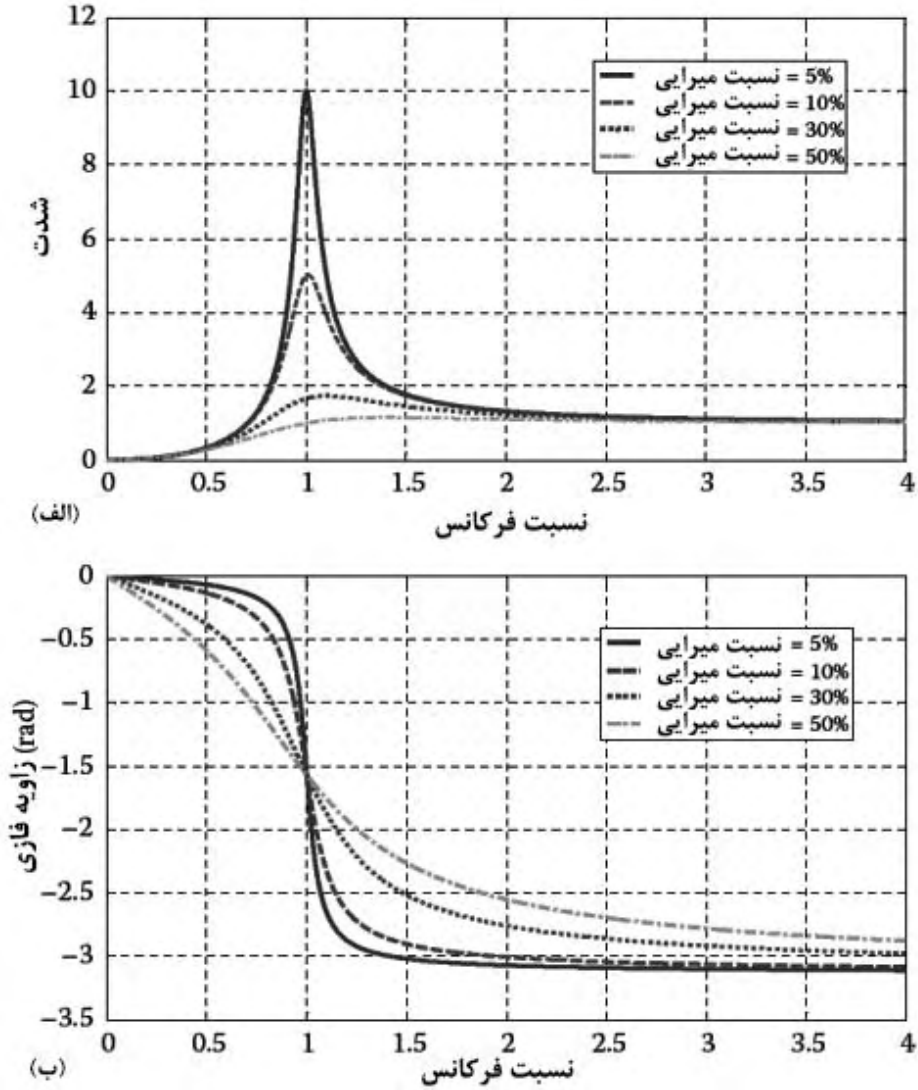
بنابراین تحلیل β_a نیز برای β_{dB} قابل کاربرد است. برای مثال، هنگامیکه:

$$r = \frac{1}{\sqrt{1-2\xi^2}} \quad (1.133)$$

یا شتاب فرکانس تشدید تهییج زمین، ω_A نشان می دهد که:

$$\omega_A = \frac{1}{\sqrt{1-2\xi^2}} \omega_n \quad (1.134a)$$

نقطه تشدید بدست می آید.



شکل ۱،۱۷ پاسخ های فرکانس به علت تهییج های هارتنکین زمین (الف) ضریب بزرگنمایی دینامیکی و (ب) زاویه فاز

توجه داریم، هنگامیکه نسبت میرایی کمتر از 40% باشد،

$$\omega_A \approx \sqrt{1+2\xi^2} \omega_n \quad (1.134b)$$

با یک خطای $< 5.5\%$

با استفاده از معادله 1.34a مقدار اوج ضریب بزرگنمایی بصورت زیر محاسبه می شود:

$$\beta_{dB}(\omega_A) = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.135)$$

از این رو، هنگامیکه معادله ۱،۱۳۳ برقرار است.

$$x_0 = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} x_g \quad (1.136)$$

همچنین هنگامیکه $r = (1.137)$

تغییرمکان هنوز می تواند بسیار بزرگ باشد، با وجود اینکه مقدار اوج را رد کرده است. از این رو:

$$x_0 = \frac{1}{2\xi} x_g \quad (1.138)$$

مجدداً، چون نسبت میرایی طبیعتاً بزرگتر از صفر است، از معادلات ۱،۱۳۶ و ۱،۱۳۸ مشاهده می شود که مقدار شتاب اوج $1/\sqrt{1-\xi^2}$ برابر مقدار بوده، هنگامیکه $r = 1$ است. از این رو، مقدار تعریف شده در معادله ۱،۱۳۶ همیشه بزرگتر از ارزیابی معادله ۱،۱۳۸ است. ثانیاً هنگامیکه:

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{1-2\xi^2}} \quad (1.139)$$

یا

$$\omega_f = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{1-2\xi^2}} \omega_n \quad (1.140)$$

ضریب بزرگنمایی دینامیکی تغییرمکان نسبی به مقدار واحد می رسد. از این رو، هنگامیکه نسبت میرایی کوچکتر از ۰،۷۰۷ است، اگر فرکانس موثر کمتر از $1/(\sqrt{2}\sqrt{1-2\xi^2})\omega_n$ باشد، آنگاه β_{dB} همیشه کمتر از واحد خواهد بود. در غیر اینصورت، فرکانس کاری بزرگتر از $1/(\sqrt{2}\sqrt{1-2\xi^2})\omega_n$ گردیده و β_{dB} همیشه بزرگتر از واحد می گردد.

مثال ۱،۹

تصور کنید مجموعه ای از تجهیزات در یک اتاق ویژه یک ساختمان نیاز به سطح بسیار پائینی از شتاب دارد تا کل ساختمان جداسازی شود. فرکانس طراحی برابر ۳ هرتز و جرم کل طبقه برابر 1000kg است. نسبت میرایی طراحی برابر ۷٪ است، کف تحت اثر یک تهییج هارکین تغییرمکان ۱ سانتیمتری و فرکانس موثر ۱۰ هرتزی است. تغییرمکان نسبی جداسازها چیست؟ اگر تغییرمکان مجاز باید $> ۱،۰۵$ سانتیمتر باشد، فرکانس طبیعی سیستم جداسازی چطور باید انتخاب شود، در حالی که نسبت میرایی را بدون تغییر نگه می داریم؟

با توجه به پارامترهای معین، نسبت فرکانس برابر ۱۰/۳ و نسبت میرایی برابر ۰،۰۷ است. از معادله ۱،۱۲۱ ضریب بزرگنمایی دینامیکی برابر است با:

$$\beta_{dB} = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = 1.10$$

بنابراین تغییرمکان نسبی برابر است با $1 \times 1.10 = 1.10 \text{ cm}$ که از تغییرمکان مجاز ۱.۰۵ بزرگتر است. هنگامیکه نیاز باشد که تغییرمکان R برابر سطح اولیه باشد، در حالی که نسبت میرایی بدون تغییر باقی می ماند، نسبت فرکانس اولیه با r_0 و نسبت فرکانس باید با r_{design} مشخص شود. از این رو:

$$\frac{\beta_{\text{dB}}(r_{\text{design}})}{\beta_{\text{dB}}(r_0)} = R$$

بنابراین

$$\frac{r_{\text{design}}^4 \left[(1 - r_0^2)^2 + (2\xi r_0)^2 \right]}{r_0^4 \left[(1 - r_{\text{design}}^2)^2 + (2\xi r_{\text{design}})^2 \right]} = R^2$$

با حل این معادله داریم

$$r_{\text{design}} = \sqrt{\frac{b + \sqrt{b^2 - a}}{a}}$$

که در آن

$$a = 1 - \frac{(1 - r_0^2)^2 + (2\xi r_0)^2}{r_0^4 R^2}$$

و

$$b = 1 - 2\xi^2$$

در مثال بالا، $R = 1.05 / 1.1$ ، $r_0 = 10 / 3$ پس داریم $a = 0.809$ و $b = 0.990$ بنابراین:

$$r_{\text{design}} = 4.656$$

با مقایسه $۱۰/۳ = ۳.۳۳۳$ ، نیاز است که فرکانس انتخابی دارای یک فرکانس طبیعی بطور مقایسه ای کمتر از 2.15 Hz باشد. توجه داریم که این نشانگر تغییر قابل ملاحظه در فرکانس طبیعی برای بدست آوردن کاهش اندکی در تغییرمکان نسبی می باشد. این به علت انجام طراحی قبلی بدور از اوج تشدید رخ می دهد.

۲،۲،۲،۱ ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق

اکنون، رابطه بین تهییج زمین و شتاب مطلق جرم m در نظر گرفته می شود. این رابطه کمیت مهمی در جداسازی لرزه ای بوده و ریشه یابی دقیق تری از بزرگنمایی دینامیکی مربوطه داده می شود.

۱،۲،۲،۲،۱ تعریف ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق

با استفاده از روش پاسخ پیچیده برای پاسه جریان یکنواخت (معادلات ۱،۴۵ و ۱،۴۶ را مشاهده نمایید) نتیجه می دهد:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m\omega_f^2 x_g e^{j\omega_f t} \quad (1.141)$$

توجه داریم که در معادله (۱،۴۱)، \dot{x} ، \ddot{x} تغییرمکان نسبی، سرعت و شتاب می باشند.

$$x = x_{p0} e^{j\omega_f t} \quad (1.142)$$

x_{p0} دامنه با مقدار مختلط تغییرمکان نسبی است. همچنین:

$$\ddot{x} = a_{p0} e^{i\omega_f t} = -x_{p0} \omega_f^2 e^{i\omega_f t} \quad (1.143)$$

در اینجا، a_{p0} دامنه با مقدار مختلط شتاب نسبی است که در آن

$$a_{p0} = -\omega_f^2 x_{p0} \quad (1.144)$$

همچنین، دامنه شتاب زمین را می توان به این صورت نوشت:

$$a_g = \omega_f^2 x_g \quad (1.145)$$

توجه داریم در معادلات ۱،۱۴۴ و ۱،۱۴۵، a_{p0} و x_{p0} مقدار مختلط دارند، در حالی که x_g و a_g دارای مقادیر حقیقی هستند. از معادله ۱،۱۳۰، رابطه بین دامنه دارای مقدار حقیقی تغییرمکان نسبی و تغییرمکان زمین بصورت زیر ارائه می شود:

$$x_0 = \beta_{dB} x_g \quad (1.146)$$

اکنون برای تهییج پایه مختلط داریم:

$$x_{p0} = \beta_{dB}^C x_g \quad (1.147)$$

در اینجا β_{dB}^C عبارت دارای مقدار مختلط می باشد در عوض ضریب بزرگنمایی دینامیکی با مقدار حقیقی β_{dB} در بحث قبلی بیان می شوند؛ نمایه C نشانگر عبارت مختلط است. نتیجه عبارت است از:

$$\beta_{dB}^C = \frac{x_{p0}}{x_g} = \frac{r^2}{1 - r^2 + 2j\xi r} \quad (1.148)$$

رابطه بین شتاب نسبی و شتاب زمین با استفاده از معادلات ۱،۱۴۵ و ۱،۱۴۶:

$$\frac{a_{p0}}{x_{g''}} = \frac{\omega_f^2 x_{p0}}{\omega_f^2 x_g} = \beta_{dB}^C \quad (1.149)$$

بنابراین، ضریب بزرگنمایی دینامیکی برای شتاب نسبی دارای مقدار حقیقی که با β_{dB} را بصورت زیر می توان نوشت:

$$\beta_{dB} = \left| \frac{a_{p0}}{x_{g''}} \right| = \left| \frac{x_{p0}}{x_g} \right| = \left| \beta_{dB}^C \right| = \frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = \beta_{dB} \quad (1.150)$$

از این گذشته، دامنه مختلط شتاب مطلق را می توان بصورت $a_{p0} + x_{g''}$ نوشت. بنابراین:

$$\frac{a_{p0} + x_{g''}}{x_{g''}} = \frac{a_{p0}}{x_{g''}} + 1 = \frac{r^2}{1 - r^2 + 2j\xi r} + 1 = \frac{1 + 2j\xi r}{1 - r^2 + 2j\xi r} \quad (1.151)$$

دامنه حقیقی شتاب مطلق جرم m که با x_A نشان داده می شود را می توان با مقدار مطلق گرفتن از $(a_{p0} + x_{g''})$ بدست آورد از این رو:

$$x_A = \left| a_{p0} + x_{g''} \right| \quad (1.152)$$

بنابراین ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق برای تهیج پایه که با β_{AB} نشان داده می شود را بصورت زیر می توان نوشت:

$$\beta_{AB} = \frac{|a_{p0} + x_{g''}|}{x_{g''}} = \left| \frac{a_{p0}}{x_{g''}} + 1 \right| = \left| \frac{1 + 2z\xi r}{1 - r^2 + 2z\xi r} \right| = \sqrt{\frac{(1 + 2z\xi r)(1 - 2z\xi r)}{(1 - r^2 + 2z\xi r)(1 - r^2 - 2z\xi r)}} \quad (1.153)$$

که در آن زیرنویس A مبین مطلق، است در حالی که زیرنویس با حروف کوچک نشانگر کمیت های نسبی است. بنابراین:

$$\beta_{AB} = \frac{x_{A''}}{x_{g''}} = \sqrt{\frac{1 + (2\xi r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (1.154)$$

با استفاده از عبارت β_{AB} دامنه حقیقی شتاب مطلق را بصورت زیر می توان نوشت:

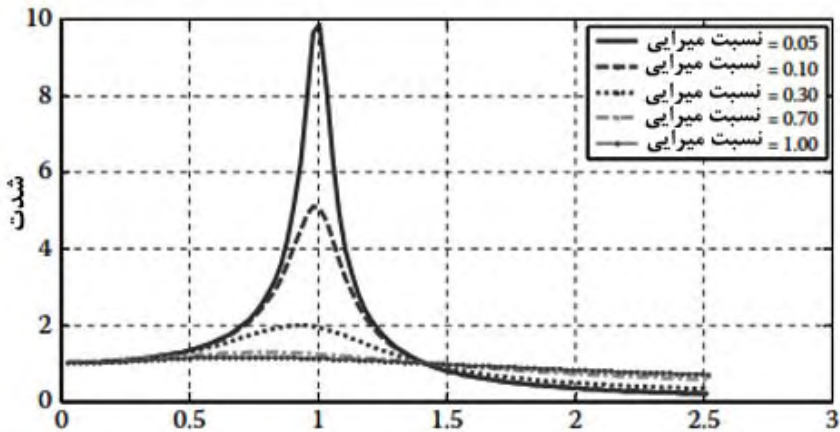
$$x_{A''} = \beta_{AB} x_{g''} \quad (1.155)$$

زاویه فازی عبارت $|x_{A''} + x_{g''}| / x_{g''}$ برابر است با:

$$\angle \left\{ \frac{|x'' + x_{g''}|}{x_{g''}} \right\} = \begin{cases} \tan^{-1} \left[\frac{2\xi r^3}{(1 - 4\xi^2)r^2 - 1} \right] & (1 - 4\xi^2)r^2 - 1 \leq 0 \\ \tan^{-1} \left[\frac{2\xi r^3}{(1 - 4\xi^2)r^2 - 1} \right] - \pi & (1 - 4\xi^2)r^2 - 1 > 0 \end{cases} \quad (1.156)$$

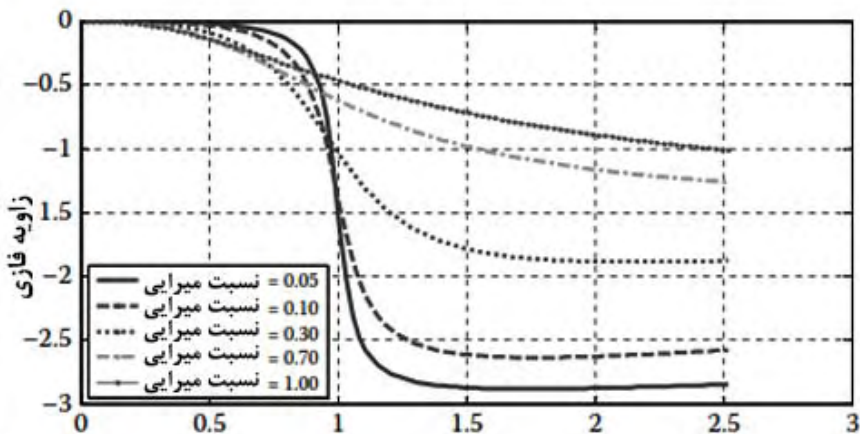
در شکل الف 1.18 ضریب بزرگنمایی دینامیکی β_{AB} در برابر نسبت فرکانس برای برخی از نسبت های میرایی مختلف ترسیم شده است. در شکل ب 1.18، زوایای فازی در برابر نسبت فرکانس رسم شده اند. از شکل الف 1.18 مشاهده می شود که علیرغم نسبت های میرایی، ضرایب بزرگنمایی دینامیکی تماماً از مقدار واحد هنگامیکه $r = 0$ است، شروع می شوند. بعد از آن، مقادیر ضرایب بزرگتر و بزرگتر می شوند تا زمانی که به نقاط تشدید می رسند. مشابه با تمامی انواع ضرایب بزرگنمایی دینامیکی، هنگامیکه نسبت میرایی کوچک است، مقدار ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق می تواند بسیار بزرگ باشد. به عنوان تمایزی از ضرایب بزرگنمایی دینامیکی β_a و یا β_{dB} که تا زمانیکه نسبت میرایی بزرگتر از ۰,۷۰۷ است تشدید نخواهد داشت، هنگامیکه نسبت میرایی به یک میرسد، β_{AB} هنوز بزرگتر از واحد خواهد بود. با افزایش مستمر نسبت فرکانس بعد از نقطه تشدید، مقدار کاهش می یابد. در نقطه فرکانس ویژه، مقدار به واحد باز می گردد. از این جالبتر، این نقطه فرکانس که در بخش بعدی استخراج می شود، از نسبت میرایی مستقل است. به دنبال آن، تمامی نمودارها در شکل ۱,۱۸ از داخل این نقطه خاص عبور می کند. فراتر از آن نقطه فرکانسی، مقدار β_{AB} کمتر از واحد خواهد بود. با این حال، در مقابل تمامی ضرایب بزرگنمایی دینامیکی بحث شده در بالا، که همیشه مقادیر را هنگامیکه میرایی افزایش می یابد کاهش می دهند، مقدار β_{AB} دارای روند متفاوتی بعد از این نقطه فرکانسی خواهد بود. از این رو، هرچه نسبت میرایی بزرگتر باشد، کاهش ضریب بزرگنمایی دینامیکی کمتر خواهد بود.

توجه داریم که مجدداً، زاویه فازی باید دارای یک علامت منفی باشد. بنابراین، با استفاده از شکل ب 1.18، نمودارهای زاویه فازی در برابر نسبت فرکانس نشان می دهند که هنگامیکه نسبت فرکانس افزایش می یابد، فاز بین جرم و زمین از صفر تا $-\pi$ کاهش می یابد. در این شکل، اثر نسبت میرایی نیز واقعی می شود. عموماً نسبت میرایی کوچک باشد، فاز دارای یک نقطه دوران تند نزدیک به $r=1$ خواهد بود. این حال، هنگامیکه نسبت میرایی بزرگ باشد، مقدار فاز بصورت تدریجی با یک نقطه فرکانس چرخش کمتر تند و تیز افزایش خواهد داشت.



(الف)

نسبت های فرکانس



(ب)

نسبت های فرکانس

شکل 1.18 مقدار و فاز شتاب مطلق به علت تهییج زمین (الف) ضریب بزرگنمایی دینامیکی و (ب) زاویه فازی

به علاوه، هنگامیکه نسبت میرایی کوچک باشد، تفاوت فازی سریعاً به $-\pi$ یا -180° می رسد هنگامیکه نسبت فرکانس از مقدار واحد بیشتر می شود. با این حال، در نسبت میرایی بزرگ، زاویه فازی به مقدار

ماکزیمم کوچکتری با حالت تدریجی می رسد. از این رو، مقدار ماکزیمم نیز کاهش می یابد. برای مثال، هنگامیکه $\xi = 1$ ، تفاوت فازی ماکزیمم دیگر ۱۸۰ درجه نیست؛ در عوض ۹۰- می گردد.

۱,۲,۲,۲ مقدار اوج ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق

در بخش قبلی، طبیعت ضریب بزرگنمایی دینامیکی تهییج زیرزمینی شتاب مطلق به صورت کلی بحث شد. اکنون، تحلیل دقیق تری در برخی نقاط فرکانسی انجام می شود. نکته مهم اول هنگامیکه $r = 0$ است. در این مورد، مشاهده می شود که:

$$\beta_{AB} |_{r=0} = 1 \quad (1.157)$$

بعداً، مقدار اوج ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق و نسبت فرکانس مربوطه تعیین می شوند. مشتق جزئی β_{AB} نسبت به r گرفته شده و برابر با صفر می شود. بنابراین:

$$\frac{d}{dr} \beta_{AB} = \frac{d}{dr} \sqrt{\frac{1 + (2\xi r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = 0 \quad (1.158)$$

با حل معادله ۱,۱۵۸ برای یافتن مقدار مناسب r داریم:

$$r = \left[\frac{\sqrt{1 + 8\xi^2} - 1}{4\xi^2} \right]^{1/2} \quad (1.159)$$

از معادله ۱,۱۵۹ مشاهده می شود که:

$$\xi > 0 \quad (1.160)$$

نسبت فرکانس همیشه مقدار حقیقی دارد. این حقیقت نشان می دهد که معادله ۱,۱۵۸ همیشه دارای جواب بامعنی خواهد بود به نحوی که بدون توجه به مقدار نسبت میرایی، ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق همیشه دارای مقدار اوج تشدید خواهد بود. با جایگزینی معادله ۱,۱۵۹ در معادله ۱,۱۵۳، مقدار اوج ضریب بزرگنمایی دینامیکی بصورت زیر ارائه می شود:

$$\beta_{AB}(\omega_A) = 2\sqrt{2}\xi^2 \left(8\xi^4 - 4\xi^2 - 1 + \sqrt{1 + 8\xi^2} \right)^{-1/2} \quad (1.161)$$

در معادله ۱,۱۶۱، ω_A فرکانس تشدید بصورت زیر ارائه می شود:

$$\omega_A = \left[\frac{\sqrt{1 + 8\xi^2} - 1}{8\xi^2} \right]^{1/2} \omega_n \quad (1.162)$$

می توان مشاهده نمود که نسبت میرایی کوچک است:

$$\beta_{AB}(\omega_A) \approx \frac{1}{2\xi\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (1.163)$$

بنابراین، با توجه به معادله ۱,۱۶۳، به نظر می رسد که مقدار اوج عبارات β_d ، β_{dB} ، β_{AB} جمله $1/2\xi\sqrt{1 - \xi^2}$ است. با این حال، مشاهده می شود که بدون توجه به نسبت میرایی انتخابی، مورد زیر همیشه برقرار است:

$$\beta_{AB}(\omega_A) > \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.164)$$

نامعادله ۱,۱۶۴ نشان می دهد که مقدار اوج $\beta_{AB}(\omega_A)$ همیشه بزرگتر از سایر انواع ضرایب بزرگنمایی دینامیکی است. هنگامیکه نسبت میرایی به حد کافی بزرگ باشد، تفاضل مهمتر می شود. از این گذشته، هنگامیکه $r = 1$

$$\beta_{AB}(1) = \frac{\sqrt{1+4\xi^2}}{2\xi} \quad (1.165)$$

که $\sqrt{1+4\xi^2}$ برابر مقدار ضرایب بزرگنمایی دینامیکی است، مانند تغییرمکان در $r = 1$.
 ۱,۲,۲,۲,۳ نقطه فرکانس ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق که برابر واحد است. موردی را که در آن مقدار ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق به ۱ می رسد را در نظر بگیرید، بعلاوه اینکه هنگامیکه $r = 0$ است. داریم:

$$r = \sqrt{2} \quad (1.166)$$

آنگاه با جایگذاری معادله ۱۱۶۵ در معادله ۱,۱۵۴ داریم:

$$\beta_{AB}(\sqrt{2}) = 1 \quad (1.167)$$

بنابراین، علیرغم مقدار نسبت میرایی، هنگامیکه معادله ۱,۱۶۵ برقرار باشد، مقدار ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق مجدداً به ۱ می رسد. جلوتر از این نقطه،

$$\beta_{AB}(\omega_f > \sqrt{2}\omega_f) < 1 \quad (1.168)$$

از این رو، مقدار ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق می تواند کمتر از واحد باشد، تنها اگر معادله ۱,۱۶۸ برقرار باشد. به دنبال آن، در طراحی جداسازی لرزه ای پایه، پیروید طبیعی (T_n) نیاز است که $\sqrt{2}$ برابر بزرگتر از پیروید موثر اصلی باشد. در غیر اینصورت، شتاب روسازه کاهش نخواهد یافت، ولی در عوض تقویت می شود.

۱,۲,۲,۲,۴ نقاط نیم-توانی ضریب بزرگنمایی دینامیکی شتاب مطلق

برای بدست آوردن تخمینی از نقاط نیم-توانی داریم:

$$\sqrt{\frac{1+(2\xi r)^2}{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[2\sqrt{2}\xi^2 \left(8\xi^4 - 4\xi^2 - 1 + \sqrt{1+8\xi^2} \right)^{-1/2} \right] \quad (1.169)$$

با حل معادله ۱,۱۶۹ داریم:

$$r_{1,2} = \left\{ \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}^{1/2} \quad (1.170)$$

که در آن:

$$a = 4\xi^4 \quad (1.171a)$$

$$b = -16\xi^6 + 8\xi^4 + 4\xi^2 - 4\xi^2 \sqrt{1+8\xi^2} \quad (1.171b)$$

$$c = -4\xi^4 + 4\xi^2 + 1 - \sqrt{1+8\xi^2} \quad (1.171c)$$

هنگامیکه نسبت میرایی به حد کافی کوچک باشد، می توان اثبات کرد که نسبت های فرکانس محاسبه شده با معادله ۱،۱۷۰ می تواند برای تعیین نسبت میرایی با کمک معادله ۱،۱۲۲ استفاده شود. در حقیقت، هنگامیکه نسبت میرایی واقعی > 0.21 باشد، می تواند > 0.10 خطا در بیش تخمین نسبت میرایی وجود داشته باشد. هنگامیکه نسبت میرایی واقعی 0.30 ، 0.40 و 0.50 باشند، خطاها در بیش-تخمین نسبت میرایی $0.18, 0.31, 0.50$ و 0.33 به ترتیب خواهد بود.

مثال ۱۰،۱

یک کامپیوتر با جرم کلی 25kg روی یک کف قرارداد که تحت اثر تهییج هار تکین زمین با دامنه $1(g)$ و فرکانس موثر $4(\text{Hz})$ است. کامپیوتر تنها امکان 0.3g شتاب را دارد که در کف جداسازی شده است. جداساز پایه سختی 3000N/m و نسبت میرایی 0.10 تامین می کند. اگر تغییرمکان نسبی مجاز جداساز کمتر از 1.6 سانتیمتر باشد، جداسازی پایه را برای کفایت در تامین پارامترهای الزامی کنترل نمایید.

با پارامترهای داده شده، فرکانس طبیعی سیستم جداسازی برابر 1.7Hz است. نسبت فرکانس آنگاه برابر $0.29, 1.23$ و $\beta_{AB} = 0.257$ است. بنابراین، دامنه شتاب برابر $0.257\text{g} < 0.3\text{g}$ بوده، در حالی که تغییرمکان جداسازی برابر $1.6\text{cm} > 1.9$ است. مشاهده می شود که با وجودی که شتاب سطح مورد نیاز را تامین می کند، تغییرمکان اینگونه نیست. بنابراین، یک گروه متفاوت از داده های طراحی باید انتخاب شود. این دفعه $k = 500\text{N/m}$ فرض می شود. فرکانس طبیعی سیستم جداسازی برابر 0.712Hz است. نسبت فرکانس برابر 0.62 محاسبه می شود. هنگامیکه نسبت میرایی برابر 0.07 انتخاب می شود، $\beta_d = 1.23$ و $\beta_{AB} = 0.251$. بنابراین، دامنه شتاب برابر $0.251\text{g} < 0.3\text{g}$ است، از این رو تغییرمکان جداساز برابر $1.55 > 1.6$ سانتیمتر است.

این مثال نشان می دهد که هنگامیکه سطح شتاب می باید کاهش یابد، که اغلب هدف اصلی جداسازی پایه است، تغییرمکان نسبی جداساز باید کنترل گردد. در حقیقت، در مرحله طراحی، کاهش شتاب و تنظیم تغییرمکان همزمان باید لحاظ شود.

۱۰،۳ اتلاف انرژی و میرایی موثر

در مثال ۱۰،۱ ارتعاش سیستم SDOF خطی تحت تهییج های هار تکین بحث شد. هنگامیکه پاسخ ها به حالت یکنواخت برسند، انرژی ورودی و انرژی اتلاف شده توسط میرایی سیستم متعادل می شوند. پاسخ حالت یکنواخت سیستم می تواند به عنوان مبنایی برای مطالعه اثر میرایی استفاده شود در این بخش، اتلاف انرژی در طول یک سیکل ارتعاشی کامل به عنوان مبنایی برای کشف کارکرد میرایی در ارتعاش اجباری استفاده می گردد.

۱,۳,۱ انرژی تلف شده در هر سیکل

۱,۱,۳,۱ میرایی ویسکوز خطی

۱,۱,۱,۳,۱ میرایی در سیستم های SDOF: تعاریف کمی و کیفی

در یک سیستم ارتعاشی، ۳ نیروی داخلی برای متعادل کردن بار تهییج وجود دارد. برخلاف نیروهای اینرسی و بازگرداننده، نیروی میرایی ناپایستار بوده و کار انجام شده مربوطه اتلاف شونده است. ساده ترین میرایی یک سیستم SDOF میرایی ویسکوز خطی است. بطور کلی، نیروی میرایی بطور قابل توجهی از سایر نیروهای داخلی کوچکتر است. بنابراین، با استفاده از میرایی ویسکوز خطی برای تخمین زدن سایر انواع میرایی خطاهای قابل ملاحظه ای در تخمین های پاسخ ایجاد نمی کند. در این بخش، مفاهیم میرایی و ارتعاش در سیستم های SDOF با تعاریف کیفی و کمی مرور می شوند. بسیاری از تعاریف و فرمول ها را نیز می توان در متون دیگر پیدا کرد (Iman 2007; Chopra 2006; Clough و Penzein 1993). با این حال، برای سهولت در بحث های آتی، برخی معادلات ضروری برای مراجع بعدی داده شده اند. مفاهیم مهم میرایی نیز بصورت کج متن مشخص شده اند.

بطور عمده، میرایی مقیاسی از قابلیت یک سیستم برای تلف نمودن انرژی دینامیکی است (ارتعاش). بنابراین، میرایی را می توان با اتلاف انرژی یا بوسیله نیرویی که برای اتلاف انرژی کار می کند، نشان داد. بطور کل برای یک سیستم SDOF، هرچه نیروی میرایی بزرگتر باشد، قابلیت سیستم برای مقابله با انرژی ورودی خارجی بالاتر است. از این رو، انرژی باقیمانده برای مرتعش کردن سازه تحت یک فرکانس موثر و دامنه تهییج معین کوچکتر خواهد بود. این بطور مرسوم دلیل آن است که چرا میرایی می تواند سطح ارتعاش را کم کند یا پاسخ سازه های ناشی از زلزله را کنترل کند. در اینجا، روشی که سیستم در برابر بارگذاری دینامیکی مقاومت می کند در ابتدا آزموده می شود.

۱,۱,۳,۲ انرژی اتلاف شده توسط نیروی میرایی

اتلاف انرژی توسط میرایی ویسکوز خطی مدنظر قرار می گیرد. هنگامیکه پاسخ هارتکین یک سیستم به وضعیت یکنواخت می رسد، انرژی تلف شده توسط نیروی میرایی در طول یک سیکل کامل می تواند حساب شود. از این رو،

$$E_d = \iint f_d dx = \int_0^{2\pi/\omega} c \dot{x} \dot{x} dt = c x_0^2 \int_0^{2\pi/\omega_f} \cos^2(\omega_f t + \phi) dt = c \omega_f \pi x_0^2$$

انرژی تلف شده در طول یک سیکل کامل تحت تهییج هارتکین با فرکانس موثر برابر با فرکانس طبیعی $E_d(\omega_n)$ ظرفیت میرایی سیستم SDOF نامیده می شود. از این رو:

$$E_d(\omega_n) = c \omega_n \pi x_0^2 \quad (1.172)$$

زیرا $c = 2\xi \omega_n m$ است،

$$E_d = 2\xi \omega_n m \omega_f \pi x_0^2 = 2\xi \frac{\omega_f}{\omega_n} \pi k x_0^2 = 2\xi \pi k r x_0^2 \quad (1.173)$$

بعداً، کار انجام شده توسط نیروی هارتنکین خارجی $f_0 \sin \omega_f t$ آزموده می شود. با نشان داده این کار با W_f داریم،

$$W_f = \int_0^{\pi/2\omega} f_0 \sin \omega_f t dx = 4 \int_0^{\pi/2\omega} f_0 \sin \omega_f t x_0 \sin(\sin \omega_f t + \phi) dt = f_0 x_0 \pi \sin \phi \quad (1.174)$$

از معادله ۱،۴۳، مشاهده می شود که:

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{-2\xi\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega_f^2} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{-2\xi r}{1 - r^2} \right] \quad (1.175)$$

بنابراین،

$$\sin \phi = \frac{2\xi r}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = 2\xi r \beta_d \quad (1.176)$$

از این گذشته، از معادله ۱،۸۴،

$$f_0 = x_0 k / \beta_d \quad (1.177)$$

با جایگذاری معادلات ۱،۱۷۶ و ۱،۱۷۷ در ۱،۱۷۴ داریم،

$$W_f = \frac{x_0 k}{\beta_d} \pi x_0 2\xi r \beta_d = 2\xi \pi k r x_0^2 \quad (1.178)$$

با مقایسه معادله ۱،۱۷۸ با معادله ۱،۱۷۳، به این نتیجه منتهی می شود که در حالت یکنواخت:

$$W_f = E_d \quad (1.179)$$

مثلاً، کار انجام شده توسط نیروی خارجی یا انرژی ورودی نهایتاً بوسیله نیروی میرایی تلف می گردد. به عبارت دیگر، تغییر انرژی پتانسیل و انرژی سینماتیکی، که با ΔE_p و ΔE_k به ترتیب، هر دو برابر صفر هستند. بنابراین،

$$\Delta E_p = \int_0^1 f_s dx = 0 \quad (1.180)$$

و

$$\Delta E_k = \int_0^1 f dx = 0 \quad (1.181)$$

۱،۳،۱،۳ ضریب میرایی و نسبت میرایی برای میرایی ویسکوز خطی

در مثال بالا، هنگامیکه ضریب میرایی مشخص شود، ظرفیت میرایی می تواند از معادله ۱،۱۷۲ تعیین شود. به عبارت دیگر، اگر ظرفیت میرایی معین باشد، ضریب میرایی را می توان به شرح زیر بدست آورد،

$$c = \frac{E_d}{\pi \omega_f x_0^2} \quad (1.182)$$

توجه داریم که ضریب میرایی برای میرایی ویسکوز خطی ثابت است، ولی در معادله ۱،۱۸۲، بنظر تابع با نسبت معکوسی از فرکانس موثر ω_n است. این امر به علت آن است که انرژی تلف شده در هر سیکل تابعی از فرکانس موثر است. به دنبال آن، معادله ۱،۱۸۲ شکل مناسبی برای استفاده نیست در بحث

بعدی، یک روش متفاوت داده می شود. نسبت میرایی سیستم میرایی ویسکوز خطی را می توان بشرح زیر نوشت:

$$\xi = \frac{E_d}{\pi \omega_f x_0^2} \frac{1}{2\sqrt{km}} = \frac{E_d}{2\pi \omega_f \frac{k}{k} \sqrt{km} x_0^2} = \frac{E_d}{2\pi \omega_f \sqrt{\frac{m}{k}} k x_0^2} = \frac{E_d}{2\pi \frac{\omega_f}{\omega_n} 2 \frac{k x_0^2}{2}}$$

بنابراین:

$$\xi = \frac{E_d}{4\pi r E_p} \quad (1.183)$$

E_p انرژی پتانسیل ماکزیمم با:

$$E_p = \frac{k x_0^2}{2} \quad (1.184)$$

است. با جایگذاری معادلات ۱،۱۷۲ و ۱،۱۸۴ در معادله ۱،۱۸۳ داریم:

$$\xi = \frac{c \pi \omega_f x_0^2}{4\pi \frac{\omega_f}{\omega_n} \frac{k x_0^2}{2}} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (1.185)$$

با مقایسه معادله ۱،۱۸۳ با معادله ۱۳-۱- تعریف نسبت میرایی- روشن می شود که معادله ۱،۱۸۳ برای نشان داده نسبت میرایی می تواند استفاده گردد. به علاوه، از تعریف معادله ۱،۱۳، نسبت میرایی فقط بستگی به پارامترهای فیزیکی سیستم مثلاً جرم m ، ضریب میرایی c و سختی K دارد. از معادله ۱،۱۸۵، بدون توجه به مقدار فرکانس موثر، نسبت میرایی حاصله E_d و $4\pi r E_p$ نسبت میرایی ξ خواهد بود. به عبارت دیگر، نسبت میرایی ξ سیستم میرا شده ویسکوز خطی تابعی از نیروی خارجی، نظیر فرکانس موثر ω_f نیست. با این حال، در معادله ۱،۱۸۵، نسبت فرکانس گنجانده شده که به نظر می رسد به معنی آن است که فرکانس موثر باید لحاظ گردد. چنین موضوعی می تواند قیود غیرضروری و دشواری هایی را در کاربردهای عملی به علت تهییج های هارتکین و دلخواهی که وجود خواهند داشت، ایجاد کند. برای مثال، در تهییج های زلزله، مشخص نمودن فرکانس موثر ω_f دشوار است.

یک راه برای پیشگیری از این مسئله استفاده از ظرفیت میرایی $E_d(\omega_n)$ است؛ از این رو فرض نمایید که فرکانس موثر برابر با فرکانس طبیعی است. این بطور آزمایشگاهی نیز برقرار است هنگامیکه $\omega_f = \omega_n$ باشد (یعنی در نقطه تشدید)، به نسبت سیگنال به نویز بالا می تواند برای سنجش استفاده گردد. به علاوه، ظرفیت میرایی نیز برای تهییج های تصادف که در آن سیستم احتمالاً ارتعاش با فرکانس هایی حول و حوش فرکانس طبیعی خواهد داشت، قابل اعمال است. بنابراین، معادله ۱،۱۸۳ بار دیگر بصورت زیر نوشته می شود:

$$\xi = \frac{E_d}{4\pi E_p} \quad (1.186)$$

برای سهولت، جز مواردی که بطور خاص ذکر شود، E_d در عوض $E_d(\omega_n)$ برای نشان دادن اتلاف انرژی ویژه با ظرفیت میرایی بکار می رود.

۱,۳,۱,۴ سیستم خطی

بحث فوق محدود به سیستم های خطی است. از این رو، هم سختی و هم میرایی خطی هستند. بحث بعدی میرایی غیرخطی را خطاب قرار می دهد. قبل از متحمل شدن یک مطالعه دقیق، یک توصیف قوی تر از شرایط تابع خطی ضروری است. بطور کلی اگر یک تابع خطی باشد:

$$y = f(x) \quad (1.187)$$

خطی است، رابطه بین متغیر X و تابع Y باید شرایط خاصی را تامین کند. برای آزمودن این شرایط داریم:

$$y_i = f(x_i) \quad (1.188a)$$

$$y_j = f(x_j) \quad (1.188b)$$

در اینجا، x_i و x_j متغیرهای متفاوت در محدود دامنه تابع f ، y_i و y_j توابع مربوطه می باشند. به علاوه، متغیر x_k در همان دامنه بصورت x_i و x_j تعریف می گردند. اگر تابع f خطی باشد، روابط زیر باید برقرار باشند:

$$f(x_i + x_j) = f(x_i) + f(x_j) = y_i + y_j \quad (1.189)$$

$$f(x_i + x_j + x_k) = f(x_i) + f(x_j + x_k) \quad (1.190)$$

$$f(\alpha x_i) = \alpha y_i \quad (1.191)$$

$$f((\alpha + \beta)x_i) = \alpha y_i + \beta y_i \quad (1.192)$$

$$f(\alpha(\beta x_i)) = (\alpha\beta)y_i \quad (1.193)$$

$$1y_i = y_i \quad (1.194)$$

$$0y_i = 0 \quad (1.195)$$

که در آن 0 تابع خنثی است. α و β مقادیر عددی هستند و

$$0 + y_i = y_i \quad (1.196)$$

معادلات فوق نشان می دهند که تمامی این توابع افزایشی و ضربی می باشند. از نقطه نظر کاربردهای مهندسی، یک تابع تک می تواند برای خلاصه سازی شرایط بالا استفاده شود، از این رو،

$$f(\alpha x_i + \beta x_j) = \alpha y_i + \beta y_j \quad (1.197)$$

در بخش های قبلی در خصوص روش پاسخ مرکب برای تغییرمکان حالت یکنواخت، معادله ۱,۱۹۷ برای آزمودن تابع نیرویی ترکیبی $f(t) = f_0 \cos(\omega_f t) + j f_0 \sin(\omega_f t)$ و پاسخ حاصله به صورت $x(t) = \cos(\omega_f t) + j x_0 \sin(\omega_f t)$ استفاده شد. از این رو، تابع نیرویی f به عنوان یک متغیر ورودی و پاسخ x به عنوان تابع آن می تواند حساب شود. بطور مشابه، نیروی بازگرداننده یک تابع خطی تغییرمکان، نیروی میرایی یک تابع خطی از سرعت و غیره می باشد. برای مثال از آنجا که،

$$f_d(t) = c\dot{x}(t) \quad (1.198)$$

اگر سرعت در یک مقدار عددی α ضرب شود داریم:

$$c[\alpha\dot{x}(t)] = \alpha c[\dot{x}(t)] \quad (1.199)$$

بطور خاصی، برای یک سیستم ارتعاشی اجباری، یک شرط معادل می تواند وجود داشته باشد که ضروری و کافی است؛ از این رو، یک سیستم ارتعاشی خطی است اگر و فقط اگر پاسخ حالت یکنواخت یک مولفه خاص فرکانس ω_f را هنگامیکه یک تهییج هار تکین با فرکانس موثر ω_f بکار می رود.

۱,۳,۲ میرایی و نیروی لرزه ای

۱,۲,۳,۱ معادله پارامتری

در بحث فوق، مشاهده می شود که هر دو نیروی میرایی و تغییر مکان توابع زمان هستند. بنابراین، استفاده از متغیر زمانی به عنوان یک پارامتر، تابع پارامتری نیروی میرایی و تغییر مکان را می توان بدست آورد که ابزار مفیدی می تواند برای بررسی رابطه بین نیرو و تغییر مکان باشد. با استفاده از معادله پارامتری، منحنی نیروی میرایی در برابر تغییر مکان را می توان رسم کرد. در مورد میرایی ویسکوز خطی، در طول یک سیکل ارتعاشی پاسخ جریان یکنواخت، منحنی باید بسته باشد. نشان داده خواهد شد که منحنی بسته دارای یک سطح بیضی خواهد بود که انرژی تلف شده توسط نیروی میرایی است. بطور کلی، معادله پارامتری یک بیضی می تواند بصورت زیر نوشته شود،

$$\begin{cases} x = X_m \cos(\tau) \\ f = F_m \sin(\tau + \phi) \end{cases} \quad (1.200)$$

که در آن X_m و F_m به ترتیب مقادیر مینیموم تغییر مکان و نیرو هستند؛ τ پارامتر معادله پارامتری است؛ x و f متغیرها می باشند؛ و ϕ تغییر فاز میرایی است. هنگامیکه $\tau = \pi/2$ باشد، $x(\pi/2) = 0$ و $f(\pi/2) = f|_{x=0} = F_m \cos \phi$. بنابراین تغییر فازی برابر است با:

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{f|_{x=0}}{F_m} \right) \quad (1.201)$$

Q بصورت:

$$Q = f|_{x=0} \quad (1.202)$$

نشان داده می شود. Q مقاومت مشخصه نامیده می شود. بنابراین،

$$\cos \phi = \frac{Q}{F_m} \quad (1.203)$$

برای معنی فیزیکی تغییر فاز میرایی ϕ یک سیستم SDOF را با تهییج جنبش زمین در نظر بگیرید. مرتب کردن معادله ۱,۶۳ داریم،

$$-m\ddot{x}_A(t) = c\dot{x}(t) + kx(t) \quad (1.204)$$

ترکیب نیروی میرایی $c\dot{x}(t)$ و نیروی فنر $kx(t)$ که قبلاً نیروی سازه ای تعریف شد، را می توان به عنوان مقاومت در برابر نیروی داخلی $m\ddot{x}A(t)$ دید که به نیروی لرزه ای موسوم است. توجه داریم که نیروی لرزه ای و نیروی سازه ای دارای مقادیر مشابه با علامت مخالف هستند.

برای پاسخ های جریان یکنواخت تحت تهییج هار تکین، سرعت و تغییر مکان را می توان بصورت زیر نشان داد:

$$x = X_m \cos(\omega_f t) \quad (1.205)$$

و

$$\dot{x} = -X_m \omega_f \sin(\omega_f t) \quad (1.206)$$

و نیروی سازه ای را بصورت زیر می توان نوشت:

$$\begin{aligned} c\dot{x}(t) + kx(t) &= -cX_m \omega_f \sin(\omega_f t) + kX_m \cos(\omega_f t) \\ &= \sqrt{c^2 \omega_f^2 + k^2} X_m \sin(\omega_f t + \phi) \end{aligned} \quad (1.207)$$

با مقایسه معادله ۱،۲۰۵ با معادله اول در معادله ۱،۲۰۰ و معادله ۱،۲۰۷، معادله دوم در معادله ۱،۲۰۰، می توان دریافت که در معادله ۱،۲۰۷

$$F_m = \sqrt{c^2 \omega_f^2 + k^2} X_m$$

و

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{k}{c\omega_f} \quad (1.209)$$

پارامتر τ برای نشان دادن $\omega_f t$ بکار می رود یعنی:

$$\tau = \omega_f t \quad (1.210)$$

در شکل ۱،۱۹، بیضوی ایده آل شده با خطوط توپر نشان داده می شود. می توان اثبات نمود که مساحتی که در آن انرژی حداقل با نیروی سازه ای اتلاف می شود یا ماکزیمم کار انجام شده توسط نیروی لرزه ای W_s بوسیله:

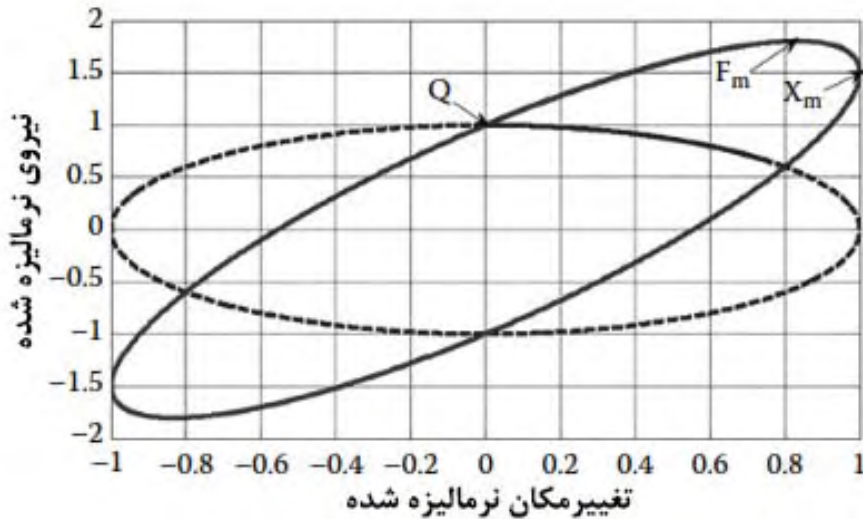
$$W_s = X_m F_m \pi \cos \phi = Q X_m \pi \quad (1.211)$$

نشان داده می شود. در شکل ۱،۱۹، منحنی دوم با خطوط شکسته نشان داده شده است. این منحنی با $\phi = 0$ ترسیم می شود که در آن می توان متوجه شد که $k = 0$. به عبارت دیگر، خط شکسته مبین نیروی میرایی تنها در برابر تغییر مکان است. می توان مشاهده نمود که مساحت همچنان $Q X_m \pi$ است. بنابراین از مقایسه نیروی لرزه ای و نیروی میرایی ویسکوز خالص، مشاهده می شود که هر دوی مقاومت مشخصه Q مشابه و سطح اتلاف انرژی یکسان هستند.

بنابراین، با استفاده از معادله ۱،۲۱۱ کار لرزه ای ماکزیمم را می توان از طریق رابطه بین شتاب مطلق و تغییر مکان با میرایی و پرپود مشخصه محاسبه نمود. بطور مثال، از تاریخچه های زمانی شتاب مطلق و تغییر مکان، ماکزیمم تغییر مکان X_m و مقاومت مشخصه Q را می توان یافت. از این دو کمیت، کار لرزه

ای ماکزیمم را می توان یافت. برای بازبینی اثر تغییر فاز میرایی، کار لرزه ای نرمال شده را در نظر بگیرید که در آن نیروی لرزه ای برابر واحد نرمال شده است. معادله پارامتری برابر است با:

$$\begin{cases} \bar{x} = x / F_m = a \cos(\tau) \\ \bar{f} = f / F_m = \sin(\tau + \phi) \end{cases} \quad (1.212)$$



شکل ۱،۱۹ اتلاف انرژی بیضوی ایده آل شده

که

$$a = X_m / F_m \quad (1.213)$$

در این شرایط، کار نرمال شده برابر است با:

$$W_s = a \pi \cos \phi = F_m^{-2} W_s \quad (1.214)$$

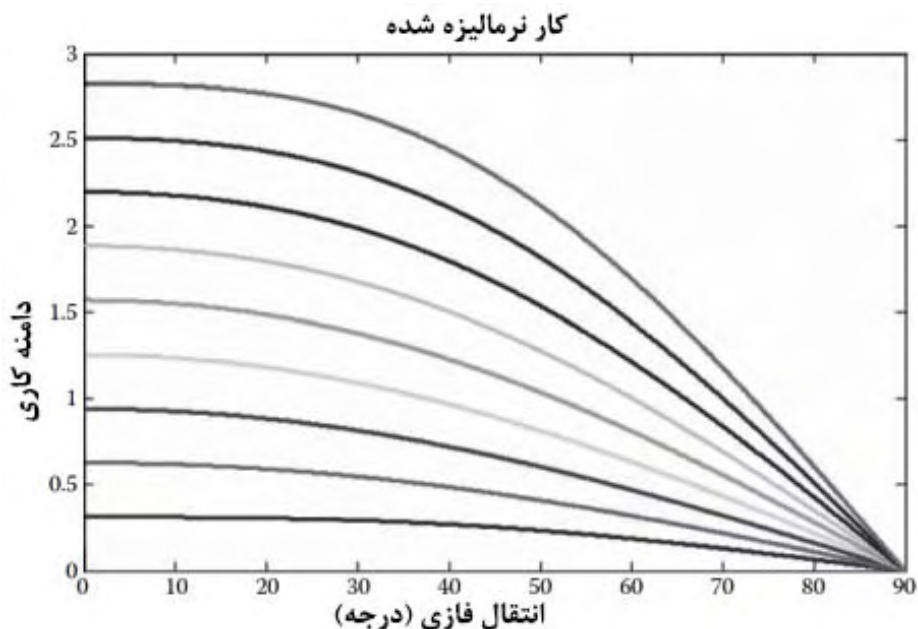
شکل ۱،۲۰ کار نرمال شده^{۱۰} را در برابر تغییر فاز نشان می دهد. آنها به ترتیب موارد $a = 0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2$ و 0.1 را نشان می دهند. از شکل ۱،۱۹ مشاهده می شود که هنگامیکه تغییر فاز میرایی برابر صفر است، کار انجام شده، که با مساحت این بیضی ها نشان داده می شود، دارای مقدار مینیموم است. هنگامیکه تغییرات فازی به $\pi/2$ یا 90° درجه نزدیک هستند، کار مربوطه نزدیک به صفر است. در موارد خاصی، با استفاده از فرمول زیر می توان به نتایج دقیق عددی رسید یعنی،

$$W_s = \pi \sqrt{[X_m^2 \cos^2(\psi) + F_m^2 \sin^2(\psi + \phi)][X_m^2 \sin^2(\psi) + F_m^2 \cos^2(\psi + \phi)]} \quad (1.215)$$

که در آن:

$$\psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{F_m^2 \sin(2\phi)}{X_m^2 - F_m^2 \cos(2\phi)} \right] \quad (1.216)$$

شکل ۱،۲۰ نشان می دهد که تغییر فاز میرایی نقش مهمی ایفا می کند که کار لرزه ای را تحت تاثیر قرار می دهد. بعد، اثر پارامتر بطور مفصل با لحاظ نمودن معادله حاکم یک سیستم SDOF همانطور که قبلاً گفته شد، بحث می شود. فرض نمایید که سیستم SDOF در حالت یکنواخت نزدیک تشدید است. در این مورد، تغییر مکان به تابع سینوسی نزدیک بوده و ω_f و ω_n با جایگزین می شود یعنی،



شکل ۱،۲۰ اثر تغییر فاز میرایی

$$x = X_m \cos(\omega_n t) \quad (1.217)$$

به علاوه، نیروی لرزه ای برابر است با:

$$\left[2\xi\omega_n^2 X_m \sin(\omega_n t) + \omega_n^2 X_m \cos(\omega_n t) \right] = F_m \sin(\phi + \omega_n t) \quad (1.218)$$

در اینجا،

$$F_m = \sqrt{1 + 4\xi^2} \omega_n^2 X_m \quad (1.219)$$

و

$$\phi = \cos^{-1} \left(\frac{2\xi}{\sqrt{1 + 4\xi^2}} \right) \quad (1.220)$$

با مقایسه معادله ۱،۲۱۷ با معادله اول در معادله ۱،۲۰۰، می توان دریافت که این معادلات ضرورتاً اگر $\tau = \omega_n t$. بنابراین، با استفاده از معادلات ۱،۲۲۰ و ۱،۲۰۳ می توان مجدداً نوشت که:

$$\frac{2\xi}{\sqrt{1+4\xi^2}} = \frac{Q}{F_m} \quad (1.221)$$

یا

$$\hat{\xi} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Q^2}{F_m^2 - Q^2}} \quad (1.222)$$

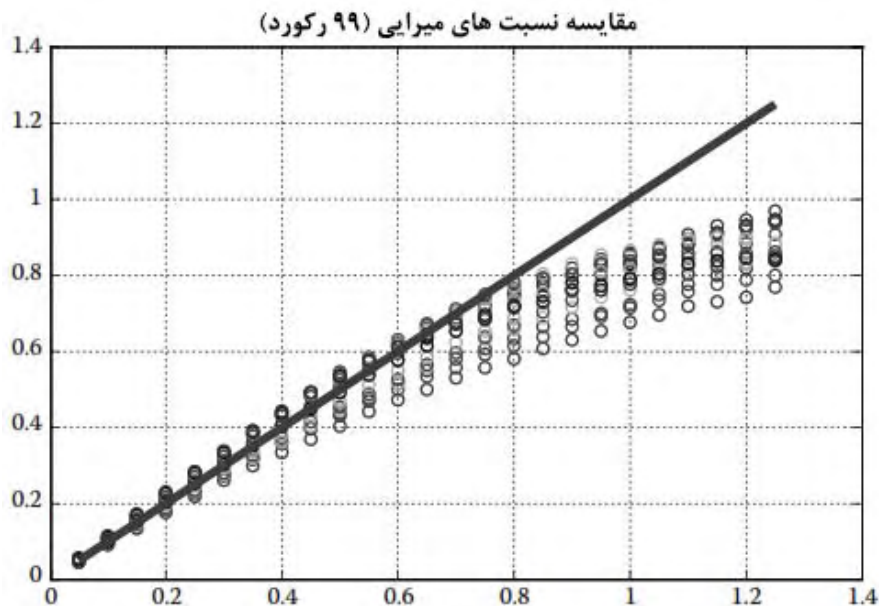
$\hat{\xi}$ نشانگر مقدار محاسبه شده است.

طبق معادله ۱،۲۲۲، اگر مقاومت مشخصه Q و تغییرمکان ماکزیمم از نمودار تاریخچه زمانی را بتوان اندازه گیری کرد، نسبت میرایی مربوطه می تواند را می توان اندازه گیری کرد، اگر سیستم SDOF نزدیک تشدید باشد. شرط "نزدیک تشدید" با مقدار ماکزیمم طیف پاسخ شتاب در یک پیوند متفاوت T حاصل می شود. در شکل ۱،۲۱، نسبت میرایی محاسبه شده ξ به عنوان تابعی از نسبت میرایی تخصیصی اولیه ξ در معادله ۱،۲۲۲ رسم می شود. خط مستقیم پرننگ نسبت میرایی تئوریک است. گروه دواير کوچک نسبت های میرایی محاسبه شده با پیوندهای گرفته از ۰،۵ تا ۳ ثانیه می باشند. مشاهده می شود که هنگامیکه نسبت های میرایی کوچکتر از ۰،۷ می باشند، خطها قابل قبول هستند.

۱،۳،۳ میرایی موثر

بحث فوق نشان می دهد که ظرفیت میرایی نقش مهمی در خطی سازی عمده میرایی غیرخطی ایفاء می کند. این امر مهم است، زیرا عمده میرایی معمولاً مورد استفاده را نمی توان به عنوان میرایی ویسکوز خطی تعریف شده با معادله ۱،۵ بیان کرد. از این رو اغلب نمی توان به آسانی نیروی میرایی را متناسب با سرعت با ضریب تناسب نسبت میرایی دانست. بطور کلی تر، نیروی میرایی را بصورت زیر می توان نوشت،

$$f_d(t) = f_d(x(t), \dot{x}(t))$$



شکل ۱،۲۱ نسبت های میرایی محاسبه شده

در این موارد، کل سیستم دیگر خطی نخواهد بود به نحوی که تحت تهییج هارتکین، هم فرکانس موثر و هم دامنه باید آزمایش شوند.

۱،۳،۳،۱ ضریب میرایی موثر

اولین روش برای میرایی خطی شده برای کاربردهای عملی مفهوم ضریب میرایی موثر می باشد. این یک سیستم خطی با همان جرم و سختی و با ضریب میرایی را مشخص می کند به نحوی که سیستم دارای اتلاف انرژی دقیق در هر سیکل به عنوان سیستم میرایی غیرخطی است. فرض نمایید اتلاف انرژی در هر سیکل سیستم با میرایی غیرخطی برابر E_d است. ضریب میرایی سیستم خطی معادل که اکنون یک سیستم موثر خوانده می شود، با C_{eff} نشان داده می شود:

$$E_d = C_{eff} \omega_f \pi X_0^2 \quad (1.224)$$

بنابراین ضریب میرایی موثر بصورت زیر ارائه می شود،

$$C_{eff} = \frac{E_d}{\omega_f \pi X_0^2} \quad (1.225)$$

مجدداً، ω_f فرکانس موثر است. بنابراین، از این تعریف مشاهده می شود که ضریب میرایی موثر بطور کلی، همان ثابت سیستم میرایی ویسکوز خطی مورد استفاده در معادله ۱،۵ نیست. در عوض تابعی از فرکانس موثر ω_f است.

در کاربردهای عملی، تهییج هارتکین خالص با یک فرکانس موثر ثابت ω_f ندرتاً اتفاق می افتد. بنابراین، ضریب میرایی تعریف شده در معادله ۱،۲۲۵ زیاد مناسب استفاده نیست. در بسیاری موارد، فرکانس طبیعی ω_n برای جایگزینی فرکانس در معادله ۱،۲۲۵ استفاده می گردد.

$$C_{\text{eff}} = \frac{E_d}{\omega_n \pi X_0^2} \quad (1.226)$$

در اینجا عبارت E_d اتلاف انرژی با فرکانس موثر ω_n است. توجه داریم که مفهوم ضریب میرایی در ابتدا برای تعریف خواص یک میراگر منفرد و نه سیستم ارتعاشی استفاده شده بود. با این حال، مفهوم ضریب میرایی در اینجا پارامتری از کل سیستم خطی شده است.

۱،۳،۳،۲ نسبت میرایی موثر

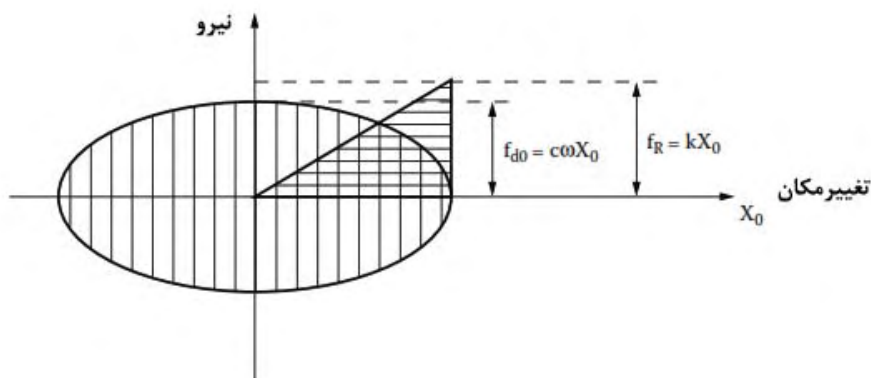
معادله ۱،۱۸۶ بیان می کند که برای یک سیستم ویسکوز خطی میرا شده، نسبت میرایی می تواند توسط ظرفیت میرایی و 4π برابر انرژی پتانسیل ماکزیمم بیان گردد. از معادله ۱،۲۲۶ با محاسبه انرژی تلف شده در هر سیکل، مفهوم ضریب میرایی موثر را می توان دریافت. بنابراین، این دو مفهوم محاسبه نسبت میرایی و اتلاف انرژی را می توان به یکدیگر وابسته دانسته و نسبت میرایی موثر را تعریف کرد.

$$\xi_{\text{eff}} = \frac{E_d}{4\pi E_p} \quad (1.227)$$

E_d انرژی تلف شده در طول سیکل اول و E_p انرژی محافظه کارانه کل است. این فرمول بطور گسترده ای استفاده می شود. نسبت میرایی تعریف شد در معادله ۱،۲۲۷ میرایی تیموشنکو^{۱۱} نامیده می شود. برای میرایی ویسکوز خطی، میرایی تیموشنکو دقیقاً همان مقدار تعریف شده در معادله ۱،۱۳ را دارد. در اکثر موارد، سایر انواع میرایی طبیعت متفاوتی از میرایی ویسکوز خطی بنمایش می گذارند. تیموشنکو یک سیستم معادل را تعریف کرد که خطی بوده و دارای نسبت میرایی تعریف شده در معادله ۱،۲۲۷ است که انرژی را در طول یک سیکل تحت تهییج های سینوسی برابر با اتلاف انرژی این سیستم کلی، تلف می کند. شکل ۱،۲۲ مساحت حلقه اتلاف انرژی بیضی شکل $E_d = \pi C \omega X_0^2$ که برای آن دامنه نیروی میرایی برابر $f_{d0} = C \omega X_0$ است. این شکل نشان می دهد که انرژی پتانسیل ماکزیمم مستطیلی-شکل E_d از طریق کل سیکل ارتعاشی که یک کمیت فرآیندی است، ارزیابی می گردد. در مهندسی زلزله، تمرکز روی ارتعاش اجباری تصادفی بوده که کم و بیش از پاسخ های هاتکین حالت یکنواخت متفاوت است. این مسئله بطور مفصل در فصل بعدی بحث می شود.

¹¹ - Timoshenko damping-

در سال ۱۹۳۰ یاکوبسن در ابتدا این روش را پیشنهاد دادو باین حال، این موضوع زیاد توجه جامعه علمی را تا ۷ سال بعد جلب نکرد. وقتی تیموشنکو (۱۹۳۷) یک توصیف سیستماتیک تر از مسائل ارتعاش در مهندسی ارائه نمود.



شکل ۱،۲۲ انرژی تلف شده و انرژی پتانسیل در ارتعاش حالت یکنواخت

۱،۳،۳،۳ ارتعاش آزاد اجباری، اتلاف انرژی

در اکثر موارد، هنگامیکه نیروی سازه ای با تغییر مکان همگام نمی شود، شانس برای اتلاف مقداری از انرژی وجود دارد که می تواند بطور مفهومی در شکل الف 1.23 مشاهده می شود. از این رو، اگر یک سیستم برای تغییر مکان به عقب و جلو در یک سیکل کامل اجبار دارد، نیرو در برابر تغییر مکان یک حلقه بسته را تشکیل خواهد داد که حلقه هیسترتیس^{۱۲} یا بعضی اوقات حلقه اتلاف انرژی نامیده می شود. شکل الف 1.23 نشان می دهد که تغییر مکان X_1 با دو نیروی f_1 و f_2 مرتبط است؛ از این رو، حلقه اتلاف انرژی با نیروهای بارگذاری و باربرداری مرتبط خواهد بود. منحنی های بارگذاری و باربرداری مشابه نیستند. مساحت زیر منحنی های مختلف کار انجام شده بوسیله نیروهای f_1 و f_2 در فاصله X_1 که با E_1 و E_2 نشان داده می شوند، است. تفاوت بین این مساحت های $E_1 - E_2$ ، تفاوت انرژی یا اتلاف انرژی در ربع اول است. از این رو، هنگامیکه یک سیستم دارای تغییر مکانی است که از مبدا تعادل اش حرکت می کند، نیروی مربوطه اولویت منحنی را تعریف خواهد کرد. هنگامیکه سیستم دارای یک تغییر مکان بازگردنده به وضعیت تعادل اش باشد، نیروی مربوطه منحنی دوم را تعریف خواهد کرد. اگر نیرو مرتبط با منحنی اول بزرگتر از دومی باشد، بدین سان اگر $f_1 > f_2$ مطابق شکل الف 1.23 آنگاه اتلاف انرژی رخ می دهد. در این مورد یک اتلاف انرژی مثبت وجود دارد. این پدیده نیز در ربع های بعدی هم صادق است.

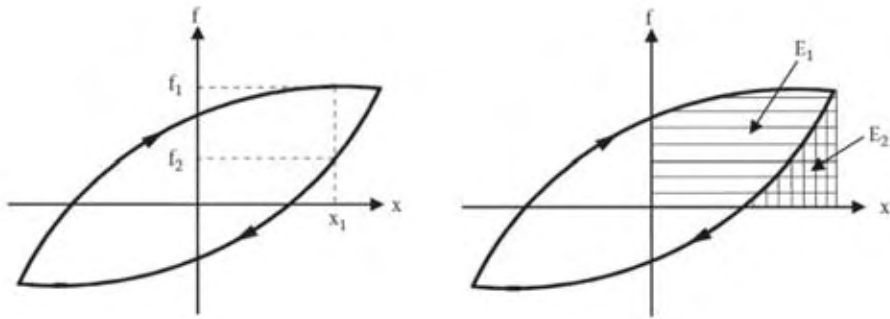
توجه داریم که در شکل ۱،۲۳، نیروی f واقعاً می تواند حاوی دو بخش باشد. در مورد یک سیستم خطی با میرایی ویسکوز، این نقطه نسبتاً واضح است؛ معادله ۱،۳ را مشاهده نمائید؛ بطور کلی تر، این جمله نیز درست است. بخش اول نیروی اتلاف شونده است که نشان می دهد چنین نیرویی f_h ، انرژی را تلف می کند. در اینجا، نماد نشانگر یک نیروی اتلاف شونده کلی تر متفاوت از نیروی میرایی خطی مختص تعریف شده در معادله ۱،۵ است. با این حال، نوع دومی از نیرو f_c ، ممکن است به عنوان نیروی محافظه کارانه وجود داشته باشد. از این رو،

$$f = f_c + f_d \quad (1.228)$$

سیستم با میرایی می تواند برای ارتعاش در بسیاری از سیکل ها الزام داشته باشد. در بسیاری از سیستم ها، می توان فرض کرد که در یک تغییر مکان معین، دامنه نیروی میرایی ثابت، علیرغم سیکل های خاصی، ثابت باقی می ماند. این موارد موسوم به حالت یکنواخت سیستم های ارتعاشی می باشد. علامت نیروی میرایی بستگی به جهت حرکت سیستم دارد. برای یک سیستم حالت یکنواخت در هر نقطه ای، دامنه نیروی حفاظتی همیشه مشابه خواهد بود.

تصور کنید که نیروهای میرایی و بازگرداننده در حلقه اتلاف انرژی مشارکت می کنند. همچنین، تصور کنید که نیروی بازگرداننده خطی با میانگین صفر است. در وضعیت تعادل، تنها نیروهای میرایی وجود دارند. با فرض اینکه نیروهای میرایی نسبت به محور x متقارن هستند، نیروی حفاظتی را می توان از معادلات زیر محاسبه کرد.

$$f_c \approx \frac{f_1 - f_2}{2} \quad (1.229a)$$



شکل ۱،۲۳ حلقه اتلاف انرژی

و

$$f_d \approx \frac{f_1 + f_2}{2} \quad (1.229b)$$

برای استفاده از این معادلات، علامت نیروی پایستار می بایستی که به صورت مثبت اگر نیرو در ربع اول و چهارم موجود است، تعریف گردد و بالعکس؛ توجه داریم که f_1 و f_2 نیز دارای علامت های خودشان هستند که به شرح زیر تعریف می شوند: زمانیکه منحنی هنگامی که سیستم به سمت جلو از مبدا خود پیش می رود، شکل می گیرد نیروی دارای علامت مثبت است. هنگامیکه منحنی هنگام بازگشت سیستم به مبدا خود تشکیل می شود، نیرو دارای علامت منفی است.

اگر حلقه اتلاف انرژی دارای سهم از نیروهای میرایی و بازگرداننده پیشتر ذکر شده باشد، آنگاه معادلات 1.229A و B استفاده می شوند. با این حال، در برخی موارد قطعی نیست اگر حلقه حاوی هر دو نیرو باشد. در این شرایط، معادله ۱،۲۲۸ ممکن است برقرار نباشد. بنابراین، معادلات 1.229a و b را نمی توان استفاده کرد. با این حال، معادلات ۱،۲۲۸ و ۱،۲۲۹ اشاره دارند که نیروی سازه ای f_s می تواند

حاوی نیروهایی که ضرورتاً در اصل خود متفاوت هستند، نباشد. به محض اینکه نیروی اتلاف شونده ایجاد می شود، نیروی سازه ای کل از نیروی حفاظتی متفاوت خواهد بود و یک مساحت خاص تحت حلقه نیروی سازه ای و تغییرمکان شکل خواهد گرفت. بنابراین، مشاهده می شود که وجود نیروی اتلاف شونده یک تفاوت فازی بین نیروی سازه ای و تغییرمکان ایجاد می کند.

۱,۳,۳,۴ شکل جایگزین نسبت میرایی

در معادله ۱,۲۲۷، نسبت میرایی به عنوان نسبت انرژی های اتلاف شونده و پتانسیل ماکزیمم با ضریب تناسب $\pi/4$ بیان می شود. این فرمول از طریق سیستم های SDOF هنگامیکه پاسخ های جریان یکنواخت تحت تهییج سینوسی حاصل می شوند، بدست می آید. این معادله در تامین مقیاسی از نسبت میرایی برای سیستم هایی که خطی نیستند و پاسخ های آنها ممکن است یک حالت یکنواخت تحت تهییج های تصادفی نباشد، بسیار مهم هستند. هنگامیکه نسبت میرایی یک سیستم بطور مقایسه ای کوچک باشد، این معادله می تواند نتایج به حد کافی دقیقی در طراحی میراگر فراهم آورد. با این حال، هنگامیکه نسبت میرایی بزرگتر می شود، این معادله ممکن است اثر میرایی را بیشتر تخمین بزند. بنابراین، معادله جایگزین برای سنجش نسبت میرایی نیاز است. تحت تهییج سینوسی، هنگامیکه یک سیستم خطی تشدید می کند. هنگامیکه $\omega_f = \omega_n$

$$x_0 = \frac{f_0}{2\xi k} \quad (1.230)$$

از معادله ۱,۲۳۰ می توان نوشت،

$$\xi = \frac{f_0}{2kx_0} = \frac{1}{2} \frac{f_0}{f_R} \quad (1.231)$$

در اینجا، f_R دامنه نیروی فنر خطی یا نیروی بازگرداننده $f_r(t)$ است که قبلاً تعریف شده است، داریم،

$$f_r(t) = kx(t)$$

جدای از میرایی تیموشنکو، فرمول جایگزین در معادله ۱,۲۳۱ بر اساس نسبت نیروی میرایی به نیروی فنر است. بنابراین، نسبت میرایی تعریف شده در این فرمول ممکن است نسبت میرایی موثر مبتنی بر نیرو نیز خوانده شود. به علاوه، در نقطه تشدید، دامنه نیروی خارجی برابر با نیروی میرایی f_D است، از این رو،

$$f_0 = f_D \quad (1.232)$$

توجه داریم که

$$f_D = c\omega_n x_0 \quad (1.233)$$

و

$$c = 2\xi\omega_n m \quad (1.234)$$

بنابراین

$$\xi = \frac{f_D}{2kx_0} = \frac{1}{2} \frac{f_D}{f_R} \quad (1.235)$$

به علاوه، می توان مشاهده نمود که:

$$\xi = \frac{2\xi\omega_n\omega_n m}{2kx_0} = \frac{2\xi\omega_n^2}{2\omega_n^2} = \xi$$

بنابراین هنگامیکه پاسخ های حالت یکنواخت یک سیستم SDOF خطی تحت تهییج سینوسی در نظر گرفته می شوند، نسبت میرایی تعریف شده در معادله ۱,۲۳۵ و میرایی تیموشنکو تعریف شده در معادله ۱,۲۲۷ معادل هستند. معادله ۱,۲۳۵ از نسبت میرایی نیروهای اتلاف کننده و پایستار برای نمایش نسبت میرایی استفاده می کند. در قیاس با معادله ۱,۲۲۷، معادله ۱,۲۳۵ معادله جایگزینی است که نسبت میرایی را که از نسبت دامنه نیروی تهییج و نیروی بازگرداننده استفاده می کند، نمایش می دهد. معادلات ۱,۲۲۷ و ۱,۲۳۶ بعداً برای تخمین سیستم های غیرخطی با مفهوم نسبت میرایی موثر استفاده خواهند شد. در فصل دوم، نیروهای میرایی غیرخطی و استفاده از سری های فوریه برای نمایش نیروی میرایی بحث می شوند. این پارامترها بعدها در فصل ۵ برای مدل کردن نسبت های میرایی موثر برای میرایی غیرخطی استفاده می شوند.

۱,۴ خلاصه

در این فصل، تعدادی از مفاهیم کلیدی به همراه معادلات حاکم مربوطه ارائه شده اند. این مفاهیم به عنوان مبنایی برای مطالعه سیستم های حفاظتی زلزله استفاده می شوند. تمرکز این فصل روی سیستم های SDOF تحت ارتعاش آزاد و ارتعاش اجباری تحت بارگذاری هارتکین بوده است. در این فصل تمرکز روی مفاهیم تقویت دینامیکی و مکانیسم های اتلاف انرژی بود. در فصل بعدی همین سیستم های مشابه تحت تهییج های دلخواه آزمایش می گردند.

- Chopra, A.K. 2006. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Clough, R.W. and Penzien, J. 1993. *Dynamics of Structures*. 2nd ed. NY: McGraw-Hill.
- Inman, D.J. 2007. *Engineering Vibration*. 3rd ed. Hoboken, NJ: Pearson Prentice Hall.
- Jacobsen, L.S. 1930. Steady forced vibration as influenced by damping. *Transaction ASME* 52:169.
- Mohraz, B. and Sadek, F. 2001. Earthquake ground motion and response spectra. Chapter 2 in *The Seismic Design Handbook*, F. Naeim (ed.). 2nd ed. Boston: Kluwer Academic.
- Timoshenko, S.P. 1937. *Vibration Problems in Engineering*. 2nd ed. NY: Van Nostrand.