

بسمہ تعالیٰ

دینامیک سیالات ژئوفیزیک

جوزف اچ. لاکاسکی

ترجمہ:

دکتر سعید ملا اسماعیل پور

تابستان 1401

پیش‌گفتار مترجم

دینامیک سیالات ژئوفیزیکی به مطالعه جریان‌های بزرگ مقیاس، در جو زمین و اقیانوس‌ها اشاره دارد. دو ویژگی که بسیاری از جریان‌های ژئوفیزیکی را متمایز می‌کند، محدودیت‌های قوی در حرکت سیال به دلیل چرخش و لایه‌بندی است. چرخش زمین باعث ایجاد اثر کوریولیس می‌شود، انحراف ظاهری اجسام متحرک زمانی که حرکت، نسبت به یک چارچوب مرجع چرخان توصیف می‌شود. نرخ نسبی چرخش با عرض جغرافیایی، به علت شکل کروی اجسام سیاره‌ای تغییر می‌کند، این ویژگی باعث ایجاد جریان جت استریم زمین و همچنین جت‌های مداری آشکار در جو سیاره مشتری می‌شود. در مقیاس‌های بزرگ، هم چرخش و هم لایه‌بندی، باعث می‌گردند که حرکات تا حد زیادی در صفحه افقی دو بُعدی باشند، اما در مقیاس‌های کوچک‌تر، این محدودیت‌ها از بین می‌روند و ممکن است اغتشاش در مقیاس کوچک‌تر رخ دهد.

کمبرود منابع فارسی در زمینه دینامیک سیالات ژئوفیزیکی که یکی از منابع اصلی و اساسی رشته‌های فیزیک دریا و هواشناسی و رشته‌های مرتبط با سیالات می‌باشد، بنده را ترغیب به ترجمه کتابی مفید و با زبانی ساده در این زمینه نمود. این کتاب ترجمه کتاب «Geophysical Fluid Dynamics» نوشته جوزف اچ. لاکاسکی استاد دانشگاه اسلو نروژ می‌باشد. لاکاسکی مطالب را در این زمینه با زبانی ساده بیان کرده و بیش‌تر به اصل معادلات و روابط پرداخته است. البته می‌توان گفت منبع ایشان برای این کتاب، بیش‌تر برگرفته از کتاب جامع «دینامیک سیالات ژئوفیزیکی» نوشته جوزف پدلوسکی (Joseph Pedlosky) و همچنین مختصری از مطالعات خود بوده است.

معادل فارسی اصطلاحات تخصصی که در این کتاب استفاده شده است، برگرفته از: کتاب مفاهیم و اصطلاحات آب و هواشناسی (تألیف دکتر حسین محمدی، انتشارات دانشگاه تهران)، کتاب مبانی دینامیک شاره‌ها (تألیف دکتر عباسعلی علی اکبری بیدختی، انتشارات دانشگاه تهران)، کتاب مبانی دینامیک شاره‌ها (تألیف محمدرضا خلیل‌آبادی و بهادر سرانجام، انتشارات دانشگاه صنعتی مالک اشتر)، کتاب مجموعه کتاب‌های مهندسی دریا، جلد ۳ (تألیف دکتر وحید چگینی، شرکت جهاد تحقیقات آب و آب‌خیزداری)، کتاب اصول مهندسی دریا (تألیف روبرت ام. سورنسن، ترجمه دکتر خسرو برگی، انتشارات دانشگاه تهران) و کتاب آشنایی با فیزیک هوا (تألیف دکتر محمدرضا مباحثی، انتشارات آستان قدس رضوی) می‌باشد.

این کتاب برای دانشجویان فیزیک دریا، هواشناسی، فیزیک، مکانیک سیالات و رشته‌های مرتبط و همچنین به‌عنوان کتاب کمکی برای دانشجویان مهندسی در سطح کارشناسی ارشد و بالاتر بسیار مفید است.

هرگونه نظر و پیشنهادی از سوی دانشجویان، خوانندگان و همکاران محترم در جهت بهبود این کتاب موجب امتنان خواهد بود.

دکتر سعید ملا اسماعیل‌پور

تابستان ۱۴۰۱

فهرست مطالب

فصل اول: معادلات	۱۰
۱-۱- مشتقات	۱۱
۲-۱- معادله پیوستگی	۱۲
۳-۱- معادلات تکانه (اندازه حرکت)	۱۴
۴-۱- معادلات حالت	۲۲
۵-۱- معادلات ترمودینامیک	۲۳
۶-۱- تمرینات	۳۲
فصل دوم: معادلات اساسی	۳۳
۱-۲- تعادل هیدرواستاتیک	۳۴
۲-۲- تعادلات تکانه افقی	۳۷
۱-۲-۲- جریان ژئوستروفیک (زمین گرد)	۳۹
۲-۲-۲- جریان سیکلوستروفیک (چرخ گرد)	۴۳
۳-۲-۲- جریان اینرسی (لختی)	۴۴
۴-۲-۲- باد گرادیان	۴۶
۳-۲- تقریب‌های صفحه اف و صفحه بتا	۴۹
۴-۲- تراکم‌ناپذیری	۵۰
۱-۴-۲- تقریب بوسینسک	۵۰
۲-۴-۲- مختصات فشار	۵۲
۵-۲- باد گرمایی	۵۵
۶-۲- لایه‌های مرزی	۵۹
۱-۶-۲- لایه اکمن سطح	۶۰
۲-۶-۲- لایه اکمن کف	۶۲

۶۸	۲-۷- خلاصه‌ای از تعادلات مقیاس سینوپتیکی.....
۷۰	۲-۸- تمرینات.....
۷۲	فصل سوم: جریان‌های آب کم‌عمق.....
۷۳	۳-۱- اصول پایه.....
۷۳	۳-۱-۱- فرضیات.....
۷۶	۳-۱-۲- معادلات آب کم‌عمق.....
۷۸	۳-۲- کمیت‌های پایسته ماده.....
۷۸	۳-۲-۱- حجم.....
۷۹	۳-۲-۲- تاوایی.....
۸۱	۳-۲-۳- تاوایی پتانسیل.....
۸۲	۳-۲-۴- قضیه کلوین.....
۸۳	۳-۳- کمیت‌های انتگرالی پایسته.....
۸۳	۳-۳-۱- جرم.....
۸۴	۳-۳-۲- گردش.....
۸۵	۳-۳-۳- انرژی.....
۸۶	۳-۴- معادله موج خطی.....
۹۰	۳-۵- امواج گرانشی.....
۹۴	۳-۶- امواج گرانشی با چرخش.....
۹۷	۳-۷- تعدیل ژئوستروفیک.....
۱۰۱	۳-۸- امواج کلوین.....
۱۰۱	۳-۸-۱- امواج محبوس (به دام افتاده) مرزی.....
۱۰۳	۳-۸-۲- امواج استوایی.....
۱۰۵	۳-۹- تمرینات.....

فصل چهارم: جریان‌های باروتروپیک مقیاس سینوپتیکی	۱۰۸
۴-۱- معادلات شبه-ژئوستروفیک	۱۰۹
۴-۱-۱- معادله QGPV با واداشت	۱۱۴
۴-۱-۲- فرض لایهٔ صلب	۱۱۶
۴-۲- کانتورهای ژئوستروفیک	۱۱۷
۴-۳- معادلهٔ موج خطی	۱۲۲
۴-۴- امواج راسبی باروتروپیک	۱۲۳
۴-۴-۱- جواب موج	۱۲۴
۴-۴-۲- انتشار به سمت غرب: مکانیسم	۱۲۶
۴-۴-۳- مشاهدات امواج راسبی	۱۲۸
۴-۴-۴- سرعت گروه	۱۳۲
۴-۴-۵- انعکاس موج راسبی	۱۳۵
۴-۵- چرخش پایین	۱۳۸
۴-۶- امواج کوهستان	۱۴۰
۴-۷- گلف استریم	۱۴۶
۴-۸- حوضه‌های اقیانوسی بسته	۱۵۵
۴-۹- ناپایداری باروتروپیک	۱۶۲
۴-۹-۱- معیار ریلی-کیو	۱۶۴
۴-۹-۲- مثال‌ها	۱۶۹
۴-۱۰- تمرینات	۱۷۵
فصل پنجم: جریان‌های باروکلینیک مقیاس سینوپتیکی	۱۷۹
۵-۱- معادلهٔ تاوایی	۱۸۰
۵-۲- معادلهٔ چگالی	۱۸۰

۱۸۳	۵-۳- تاوایی پتانسیل شبه ژئوستروفیک (QG).....
۱۸۴	۵-۴- شرایط مرزی.....
۱۸۶	۵-۵- امواج باروکلینیک راسبی.....
۱۸۷	۵-۵-۱- مدهای باروکلینیک با لایه‌بندی ثابت.....
۱۹۲	۵-۵-۲- مدهای باروکلینیک با لایه‌بندی نمایی.....
۱۹۴	۵-۵-۳- مدهای باروکلینیک با لایه‌بندی واقعی.....
۱۹۶	۵-۵-۴- مشاهدات امواج باروکلینیک راسبی.....
۱۹۹	۵-۶- امواج کوهستان.....
۲۰۴	۵-۷- امواج توپوگرافی.....
۲۰۸	۵-۸- ناپایداری باروکلینیک.....
۲۰۸	۵-۸-۱- مکانیسم پایه.....
۲۰۹	۵-۸-۲- معیار چارنی - استرن.....
۲۱۵	۵-۹- مدل ایدی.....
۲۲۸	۵-۱۰- تمرینات.....
۲۳۴	فصل ششم: پیوست‌ها.....
۲۳۵	۶-۱- پیوست الف: مدهای موج فوریه.....
۲۳۸	۶-۲- پیوست ب: قضیه کلوین.....
۲۴۰	۶-۳- پیوست پ: انرژی امواج راسبی.....
۲۴۲	۶-۴- پیوست ت: معیار فیورتافت.....
۲۴۴	۶-۵- پیوست ث: QGPV در مختصات فشار.....
۲۴۷	واژه‌نامه.....

پیش‌گفتار مؤلف

دینامیک جو و اقیانوس تا اندازه زیادی غیرخطی است. غیرخطی بودن، دلیل آشفتگی این سیستم‌ها و در نتیجه، غیر قابل پیش‌بینی بودن آنهاست. با این حال، کل درک ما از این سیستم‌ها، ناشی از مطالعه معادلات خطی حرکت می‌باشد. این معادلات به لحاظ ریاضی قابل تحلیل هستند (برخلاف اکثراً همتایان غیرخطی آنها)، به این معنی که می‌توانیم جواب‌های آنها را پیدا کنیم. این جواب‌ها شامل امواج گرانشی، امواج راسبی و تشکیل توفان است که همه آنها قابل مشاهده هستند. بنابراین دینامیک خطی، درک ما را از سیستم‌های واقعی بالا می‌برد.

این کتاب در زمینه دینامیک جو و اقیانوس، برای یک تا دو ترم تحصیلی و برای دانشجویان مقطع کارشناسی، کارشناسی ارشد و بالاتر ارائه می‌گردد. در این کتاب معادلات ساده شده و برای مطالعه جریان‌های خاص جوی یا اقیانوسی قابل استفاده است. برخی از نمونه‌های اخیر، حاصل تحقیقات ۵۰ سال قبل می‌باشند، اما برخی دیگر از کارهای بسیار جدیدتر هستند.

با تشکر از مردم اسلو که در طول این چند سال، جهت تغییرات و بهبود این کتاب پیشنهادات ارزنده‌ای داشته‌اند و با تشکر ویژه از یان اریک وبر، پال اریک ایساچسن، لیز سلند گراف، آنیتا آگر ویک، مگنوس دریودال، هانه بیت اسکاتور، زیگموند گوتو، رافائل اسکوبار لودال، لیو دنستاد، آدا جرموندسن و دیگران).

فصل اول

معادلات

حرکت در جو و اقیانوس توسط مجموعه‌ای از معادلات به نام معادلات ناویر-استوکس^۱ انجام می‌گیرد. این معادلات برای پیش‌بینی‌های آب و هوا و نیز جریان‌های اقیانوسی استفاده می‌گردند. از آنجایی که جزئیاتی در رابطه با این معادلات، وجود دارد که نامشخص هستند (به‌عنوان مثال، نحوه نمایش فرآیندهای کوچک‌تر از اندازه شبکه در مدل)، اما از طرفی، این معادلات در اکثر موارد، به‌عنوان یک واقعیت پذیرفته می‌شوند. در ادامه خواهیم دید که این معادلات چگونه شکل می‌گیرند.

¹ Navier-Stokes

۱-۱- مشتقات

جنبهٔ اساسی این است که چگونه میدان‌های مختلف (دما، باد، چگالی) نسبت به زمان و مکان تغییر می‌کنند. بنابراین ابتدا باید نحوهٔ مشتق‌گیری را مشخص کنیم. کمیت اسکالر ψ را در نظر بگیرید که نسبت به زمان و مکان تغییر می‌کند، یعنی $\psi(x, y, z, t)$. این می‌تواند سرعت باد در جهت شرقی-غربی یا چگالی اقیانوس باشد. براساس قاعدهٔ زنجیری^۱، تغییرات تام (کامل) نسبت به ψ به صورت زیر است:

$$d\psi = \frac{\partial}{\partial t}\psi dt + \frac{\partial}{\partial x}\psi dx + \frac{\partial}{\partial y}\psi dy + \frac{\partial}{\partial z}\psi dz \quad (۱-۱)$$

بنابراین:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\psi + u \frac{\partial}{\partial x}\psi + v \frac{\partial}{\partial y}\psi + w \frac{\partial}{\partial z}\psi \quad (۲-۱)$$

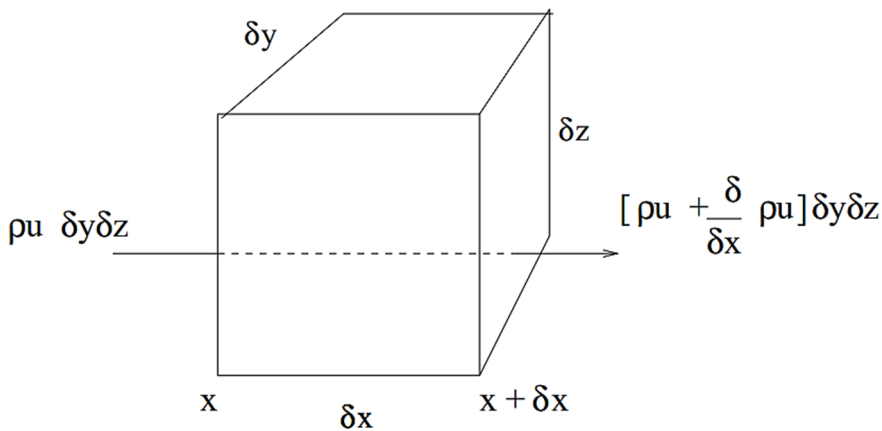
یا به صورت کوتاه:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\psi + \vec{u} \cdot \nabla \psi \quad (۳-۱)$$

در اینجا (u, v, w) مؤلفه‌های سرعت در جهات (x, y, z) هستند. سمت چپ معادلهٔ (۳-۱)، مشتق تام است. این بدان معناست که ψ در سمت چپ فقط تابعی از زمان است. این حالت، زمانی است که ψ به دنبال جریان مشاهده می‌شود. اگر هنگام سوار شدن بر بالون و حرکت همراه با باد، دما را اندازه‌گیری کنید، فقط تغییرات زمانی را ثبت خواهید کرد. این «فرمول لاگرانژی» نامیده می‌شود. اما مشتقات سمت راست معادلهٔ (۳-۱) مشتقات جزئی بوده و مربوط به ناظر واقع در مکانی ثابت است. این ناظر دما را به عنوان تابعی از زمان ثبت می‌کند، اما اطلاعات او به موقعیت او نیز بستگی دارد. چرا که ناظر در مکانی متفاوت، عموماً نتیجهٔ متفاوتی را دریافت می‌کند (بسته به اینکه چقدر دور باشد). سمت راست این معادله، «فرمول اویلری» نامیده می‌شود.

¹ Chain rule

اکثر مدل‌های عددی مبتنی بر فرمول اویلری هستند، البته برخی از آن‌ها از نمایش‌های لاگرانژی یا نیمه لاگرانژی فرارفت^۱ استفاده می‌کنند. اما مشتقات اغلب در شکل لاگرانژی ساده‌تر هستند. به‌طور خاص، ما تغییراتی را در نظر خواهیم گرفت که در یک بسته سیال با جریان حرکت می‌کند. بسته سیال، عنصری بی‌نهایت کوچک، اما دارای تعدادی زیاد و ثابت مولکول می‌باشد. این بسته در مفهوم سیال کوچک است، اما از نظر مولکولی بزرگ است. این به ما این امکان را می‌دهد که سیال را به‌صورت پیوسته در نظر بگیریم، تا اینکه مجموعه‌ای از مولکول‌های مجزای موجود، مثلاً در یک گاز.



شکل ۱-۱- یک عنصر بی‌نهایت کوچک از سیال، با حجم δV .

۱-۲- معادله پیوستگی^۲

از آنجایی که بسته سیال دارای تعداد ثابتی مولکول است، جرم آن همراه با حرکت پایسته می‌ماند. بنابراین:

$$\frac{d}{dt} M = \frac{d}{dt} \rho \delta V = 0 \quad (۴-۱)$$

در این رابطه، M جرم بسته، ρ چگالی بسته و δV حجم آن است.

^۱ Advection (فرارفت): فرآیندی است که در آن مولکول‌های مایع یا هوا (در اقیانوس یا جو) از سطحی به سطح دیگر، به‌صورت افقی حرکت می‌کنند.

^۲ Continuity equation

برای بسته‌ای به اضلاع δx ، δy و δz ، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}M = \delta x \delta y \delta z \frac{d}{dt}\rho + \rho \delta y \delta z \frac{d}{dt}\delta x + \rho \delta x \delta z \frac{d}{dt}\delta y \\ + \rho \delta x \delta y \frac{d}{dt}\delta z \end{aligned} \quad (5-1)$$

با استفاده از قاعده زنجیری و با تقسیم معادله (۵-۱) بر M رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{M} \frac{d}{dt}M = \frac{d}{dt}\rho + \frac{\rho}{\delta x} \frac{d}{dt}\delta x + \frac{\rho}{\delta y} \frac{d}{dt}\delta y + \frac{\rho}{\delta z} \frac{d}{dt}\delta z = 0 \quad (6-1)$$

مشتقات زمانی را می‌توان از طریق عبارت‌های δ جابه‌جا نمود، به عنوان مثال:

$$\frac{d}{dt}\delta x = \delta \frac{d}{dt}x = \delta u$$

بنابراین تغییر نسبی، بر حسب جرم به صورت زیر است:

$$\frac{1}{M} \frac{d}{dt}M = \frac{d}{dt}\rho + \rho \frac{\delta u}{\delta x} + \rho \frac{\delta v}{\delta y} + \rho \frac{\delta w}{\delta z} = 0 \quad (7-1)$$

در حد، وقتی $\delta \rightarrow 0$ ، داریم:

$$\frac{1}{M} \frac{d}{dt}M = \frac{d}{dt}\rho + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial y} + \rho \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (8-1)$$

بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{u}) = 0 \quad (9-1)$$

و این شکل لاگرانژی معادله پیوستگی می‌باشد. این معادله بیان می‌کند که اگر جریان واگرا باشد، چگالی بسته‌ای که توسط جریان هدایت می‌شود، تغییر خواهد کرد، یعنی اگر:

$$\nabla \cdot \vec{u} \neq 0 \quad (10-1)$$

واگرایی تعیین می‌کند که جعبه یا منقبض (کوچک) و یا منبسط (بزرگ) می‌گردد. اگر جعبه منبسط شود، چگالی باید کاهش یابد تا جرم جعبه ثابت بماند. شکل اویلری معادله پیوستگی را نیز می‌توان با استفاده از تعریف مشتق لاگرانژی، به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \rho + \rho (\nabla \cdot \vec{u}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (11-1)$$

این معادله، مربوط به حجم ثابتی است که اضلاع آن تغییر نمی‌کند. این شکل از معادله، نشان می‌دهد که در صورت وجود شار چگالی خالص از طریق اضلاع این بسته حجمی، چگالی تغییر می‌کند.

۱-۳- معادلات تکانه (اندازه حرکت)^۱

معادله پیوستگی مربوط به جرم است. اکنون سرعت سیال را در نظر بگیرید. با استفاده از قانون دوم نیوتن، می‌توان عبارت‌هایی برای آن‌ها به شکل زیر نوشت:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (12-1)$$

نیروهای وارد بر بسته سیال مذکور، عبارتند از:

- گرادیان فشار: $\frac{1}{\rho} \nabla P$
- گرانش: $\vec{g}$
- اصطکاک: $\vec{F}$

برای فشار:

نیروی وارد بر سمت چپ جعبه، عبارت است از:

$$F_l = pA = p(x)\delta y \delta z$$

برای نیروی وارد بر سمت راست:

$$F_r = p(x + \delta x)\delta y \delta z$$

¹ Momentum equations

بنابراین، نیروی خالص وارد شده در جهت x برابر است با:

$$F_l - F_r = [p(x) - p(x + \delta x)]\delta y\delta z$$

از آنجایی که بسته سیال کوچک است، می توان فشار در سمت راست را به شکل سری های تیلور بسط داد:

$$p(x + \delta x) = p(x) + \frac{\partial p}{\partial x}\delta x + \dots$$

جملات مرتبه بالاتر کوچک هستند و از آنها صرف نظر می کنیم. بنابراین، نیروی خالص برابر است با:

$$F_l - F_r = -\frac{\partial p}{\partial x}\delta x\delta y\delta z$$

از طرفی، طبق قانون نیوتن داریم:

$$m \frac{du}{dt} = \rho(\delta x\delta y\delta z) \frac{du}{dt} = \frac{\partial p}{\partial x}\delta x\delta y\delta z \quad (۱۳-۱)$$

با حذف حجم ها (یعنی، $\delta x\delta y\delta z$) در دو طرف معادله، داریم:

$$\rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (۱۴-۱)$$

گرادیان فشار در جهت دیگر نیز به همین صورت است، بنابراین می توان نوشت:

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\nabla p \quad (۱۵-۱)$$

از این رو، گرادیان فشار باعث ایجاد شتاب به سمت پایین گرادیان (از فشار زیاد به فشار کم) می شود. بعداً این موضوع را دقیق تر بررسی خواهیم کرد.

برای گرانش:

نیروی گرانش در جهت قائم عمل می کند:

$$m \frac{dw}{dt} = -mg \quad (۱۶-۱)$$

یا فقط، می‌توان نوشت:

$$\frac{dw}{dt} = -g \quad (۱۷-۱)$$

می‌توان این معادله را به معادله برداری تکانه اضافه کرد (پس از تقسیم آن بر چگالی)، داریم:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - g\hat{k} \quad (۱۸-۱)$$

و سرانجام برای اصطکاک:

در مقیاس‌های کوچک، اصطکاک به سبب برخوردهای مولکولی است که در آن انرژی جنبشی به گرما تبدیل می‌شود. هرچند، در مقیاس‌های بزرگ‌تر، اصطکاک معمولاً به علت رفتار ادی‌های (پیچک‌های)^۱ موجود در جریان، بروز می‌کند. در ادامه و در بسیاری از موارد، از اصطکاک چشم‌پوشی می‌کنیم. جایی که در آن اصطکاک مهم است، لایه‌های مرزی قائم در پایین جو و اقیانوس و در سطح اقیانوس می‌باشد و این موضوع را بیش‌تر در بخش (۲-۶) در نظر خواهیم گرفت.

فعلاً اصطکاک را تعیین نمی‌کنیم، بلکه فقط آن را به‌صورت یک بردار $\vec{F}$ نشان می‌دهیم. بدین ترتیب، داریم:

$$\frac{d}{dt} \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - g\hat{k} + \frac{1}{\rho} \vec{F} \quad (۱۹-۱)$$

این شکل لاگرانژی معادله تکانه است. تحت تأثیر عبارت‌های واداشت^۲، بسته سیال شتاب می‌گیرد. این معادله مربوط به حرکت در یک چارچوب^۳ غیرچرخان (ثابت) است. جملات شتاب دیگری نیز وجود دارند که به‌دلیل چرخش زمین به‌وجود می‌آیند. برخلاف نیروهای

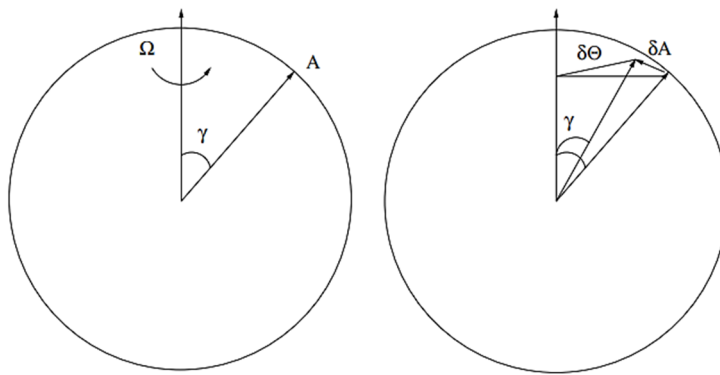
^۱ Eddy

^۲ Forcing

^۳ Frame

واقعی^۱ که در معادله (۱-۱۹) آورده شده‌اند، چرخش باعث ایجاد نیروهای ظاهری^۲ می‌گردد. یک بسته ثابت بر روی زمین با سیاره می‌چرخد. از دید ناظر واقع در فضا، این بسته به صورت دایره‌ای حرکت می‌کند و هر روز یک حرکت مداری کامل انجام می‌دهد. از آنجایی که حرکت دایره‌ای نشان‌دهنده شتاب است (جهت سرعت تغییر می‌کند)، باید یک نیروی متناظر وجود داشته باشد.

همین بسته ثابت را مطابق شکل (۱-۲) بر روی یک کره در حال چرخش در نظر بگیرید که با بردار $\vec{A}$ نشان داده شده است. طی زمان δt ، بردار با زاویه‌ای می‌چرخد:



شکل ۱-۲- اثر چرخش بر بردار A که به طریق دیگر ثابت است: بردار با زاویه $\delta\theta$ در زمان δt می‌چرخد.

$$\delta\theta = \Omega\delta t \quad (۱-۲۰)$$

که در اینجا

$$\Omega = \frac{2\pi}{86400} \text{ sec}^{-1}$$

Ω سرعت چرخش زمین است (یک روز ۸۶۴۰۰ ثانیه است).

^۱ Real forces

^۲ Apparent forces

تغییر در A به صورت δA نشان داده می‌شود. طول قوس (کمان) به صورت زیر است:

$$\delta \vec{A} = |\vec{A}| \sin(\gamma) \delta \theta = \Omega |\vec{A}| \sin(\gamma) \delta t = (\vec{\Omega} \times \vec{A}) \delta t \quad (21-1)$$

بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\delta \vec{A}}{\delta t} = \frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{A} \quad (22-1)$$

اگر $\vec{A}$ ثابت نباشد، بلکه در یک چارچوب چرخان تغییر کند، می‌توان نشان داد که:

$$\left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_F = \left(\frac{d\vec{A}}{dt}\right)_R + \vec{\Omega} \times \vec{A} \quad (23-1)$$

منظور از F در اینجا، چارچوب ثابت (فضا) و R چارچوب چرخان (زمین) می‌باشد. اگر $\vec{A} = \vec{r}$ ، یعنی بردار موقعیت، آن‌گاه:

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_F \equiv \vec{u}_F = \vec{u}_R + \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (24-1)$$

بنابراین سرعت در چارچوب ثابت برابر است با سرعت در چارچوب چرخان به اضافه سرعت مربوط به چرخش.

اکنون فرض کنید که $\vec{A}$ سرعت در چارچوب ثابت، یعنی $\vec{u}_F$ باشد. در نتیجه، داریم:

$$\left(\frac{d\vec{u}_F}{dt}\right)_F = \left(\frac{d\vec{u}_F}{dt}\right)_R + \vec{\Omega} \times \vec{u}_F \quad (25-1)$$

با جای گذاری $\vec{u}_F$ (از معادله ۲۴-۱) در معادله (۲۵-۱)، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\left(\frac{d\vec{u}_F}{dt}\right)_F = \left(\frac{d}{dt} [\vec{u}_R + \vec{\Omega} \times \vec{r}]\right)_R + \vec{\Omega} \times [\vec{u}_R + \vec{\Omega} \times \vec{r}] \quad (26-1)$$

با خلاصه کردن این معادله، داریم:

$$\left(\frac{d\vec{u}_F}{dt}\right)_F = \left(\frac{d\vec{u}_R}{dt}\right)_R + 2\vec{\Omega} \times \vec{u}_R + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (27-1)$$

در معادله (۱-۲۷)، دو عبارت دیگر یعنی، شتاب‌های کوریولیس و گریز از مرکز اضافه شده‌اند. اینها نیروهای ظاهری هستند که از چرخش زمین ناشی می‌شوند. اگر $\vec{\Omega} = 0$ باشد، هر دو تا حذف می‌گردند.

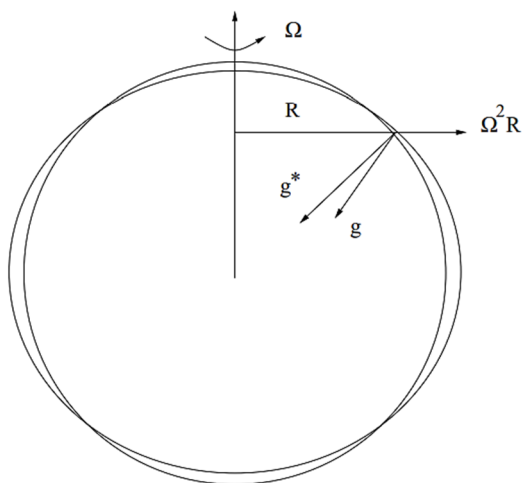
توجه کنید که شتاب گریز از مرکز فقط به موقعیت بسته سیال بستگی دارد. از طرفی، عبارت کوریولیس بستگی به سرعت آن دارد. با مربوط کردن این عبارت به معادلهٔ تکانه، معادلهٔ زیر را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\vec{u}_F}{dt}\right)_F &= \left(\frac{d\vec{u}_R}{dt}\right)_R + 2\vec{\Omega} \times \vec{u}_R + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r} \\ &= -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{F} \end{aligned} \quad (۱-۲۸)$$

این معادلهٔ تکانه برای حرکت در یک چارچوب چرخان است.^۱ در اینجا شتاب گریز از مرکز را بیش‌تر بررسی می‌کنیم.

شتاب گریز از مرکز، عمود بر محور چرخش عمل می‌کند (شکل ۱-۳) و به این ترتیب، در هر دو جهت شعاعی و N-S (شمال-جنوب) توزیع می‌گردد. بنابراین یک بسته در نیم‌کرهٔ شمالی به سمت بالا و به طرف جنوب شتاب می‌گیرد. با این حال، این شتاب‌ها توسط گرانش متعادل می‌گردند، که این باعث می‌شود، بسته به سمت مرکز و شمال کشیده شود. مورد دوم (که شهودی نیست!) به این دلیل رخ می‌دهد که چرخش، شکل خود زمین را تغییر می‌دهد و آن را به جای کروی، تبدیل به شکل بیضی می‌کند. تغییر شکل، منجر به حذف مؤلفهٔ N-S نیروی گریز از مرکز می‌شود.

^۱ به‌ویژه، در چارچوب با سرعت چرخشی ثابت. تغییرات در نرخ چرخش یک عبارت اضافی ایجاد می‌کند.



شکل ۳-۱: نیروی گریز از مرکز و زمین تغییر شکل یافته: در اینجا g بردار گرانشی برای زمین کروی و g^* برای زمین واقعی می‌باشد. دومی یک حالت کروی پهن (تخت در قطبین) است.

شتاب شعاعی نیز تحت تأثیر گرانش قرار می‌گیرد. اگر این واقعیت نداشت، جو از زمین خارج می‌شد. بنابراین نیروی گریز از مرکز، گرانش را به‌طور مؤثری تغییر می‌دهد و آن را نسبت به حالت ساکن بودن زمین، کاهش می‌دهد. بنابراین شتاب گریز از مرکز، باعث تغییر سرعت بسته سیال نمی‌شود. به این ترتیب، می‌توانیم آن را وارد گرانش کنیم:

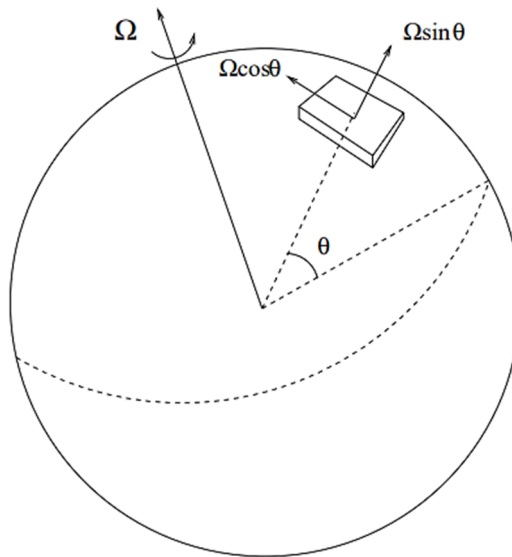
$$\vec{g} = g - \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (۲۹-۱)$$

این تصحیح نسبتاً کوچک است (تمرینات را در ادامه ببینید)، بنابراین می‌توان آن را نادیده گرفت. از این به بعد، علامت پریم را روی g قرار می‌دهیم. در نتیجه، می‌توان معادلهٔ تکانه را به‌صورت زیر نوشت:

$$\left(\frac{d\vec{u}_R}{dt}\right)_R + 2\vec{\Omega} \times \vec{u}_R = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{F} \quad (۳۰-۱)$$

بنابراین؛ در اینجا فقط یک عبارت چرخشی، یعنی شتاب کوریولیس وجود دارد. در ادامهٔ مطالب، به بررسی دینامیک ناحیه‌ای از اقیانوس یا جو می‌پردازیم. مختصات مناسب برای حرکت ژئوفیزیک، مختصات کروی است، اما مختصات دکارتی کار را تا حد زیادی آسان می‌کند. بنابراین ناحیه‌ای از سیال را در صفحه‌ای در نظر می‌گیریم

که مختصات قائم آن موازی با مختصات شعاعی زمین است و مختصات (x, y) به ترتیب در جهت شرق-غرب و شمال به جنوب واقع است (شکل ۴-۱). برای این حالت، فرض می‌کنیم که صفحه در یک عرض جغرافیایی میانه (θ) ، و مثلاً در 45° درجه شمالی واقع است.



شکل ۴-۱- بررسی دینامیک یک ناحیه مستطیلی از اقیانوس یا جو، واقع در عرض جغرافیایی θ .

سه جهت فضایی وجود دارد و هر یک دارای معادلهٔ تکانهٔ مربوط به خود می‌باشند. مختصات محلی (x, y, z) را طوری تعریف می‌کنیم که:

$$dx = R_e \cos(\theta) d\phi, \quad dy = R_e d\theta, \quad dz = dr$$

در اینجا ϕ طول جغرافیایی، R_e شعاع زمین و r مختصات شعاعی است. همچنین، x مختصات شرق-غرب، y مختصات شمال-جنوب و z مختصات قائم می‌باشد. سرعت‌های متناظر به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$u \equiv \frac{dx}{dt}, \quad v \equiv \frac{dy}{dt}, \quad w \equiv \frac{dz}{dt}$$

معادلات تکانه، شتاب‌ها را در (x, y, z) تعیین می‌کند. بردار چرخش $\vec{\Omega}$ در هر دو جهت y و z تصویر می‌گردد (شکل ۴-۱). بنابراین شتاب کوریولیس برابر است با:

$$\begin{aligned} 2\vec{\Omega} \times \vec{u} &= (0, 2\Omega \cos\theta, 2\Omega \sin\theta) \times (u, v, w) \\ &= 2\Omega(w \cos\theta - v \sin\theta, u \sin\theta, -u \cos\theta) \end{aligned} \quad (31-1)$$

در نتیجه، شتاب کوریولیس در هر سه جهت عمل می‌کند. نکته مهم این است که، از آنجایی که نیروهای کوریولیس عمود بر حرکت عمل می‌کنند، کاری انجام نمی‌دهند، یعنی سرعت بسته سیال را تغییر نمی‌دهند، فقط جهت حرکت آن را تغییر می‌دهند. با وجود این، نیروی کوریولیس یکی از عبارتهای غالب در مقیاس‌های سینوپتیکی^۱ (آب و هوا) است.

با جمع کردن عبارتهای، شکل لاگرانژی معادلات تکانه^۲ عبارتند از:

$$\frac{du}{dt} + 2\Omega w \cos\theta - 2\Omega v \sin\theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} F_x \quad (32-1)$$

$$\frac{dv}{dt} + 2\Omega u \sin\theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} F_y \quad (33-1)$$

$$\frac{dw}{dt} - 2\Omega u \cos\theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \frac{1}{\rho} F_z \quad (34-1)$$

۴-۱- معادلات حالت

با معادلات پیوستگی و تکانه، چهار معادله داریم. اما ۶ مجهول وجود دارد: فشار، سه مؤلفه سرعت، چگالی و دما. در واقع، متغیرهای دیگری نیز مانند رطوبت در جو و شوری در اقیانوس وجود دارند. اما حتی اگر آن‌ها را هم نادیده بگیریم، برای بستن سیستم به دو معادله دیگر نیز نیاز داریم. یکی از اینها «معادله حالت» است که برای اقیانوس، چگالی را به دما و شوری مربوط می‌کند و در جو (اتمسفر)، چگالی و دما از طریق قانون گاز ایده‌آل (گاز کامل) طبق رابطه زیر به هم مربوط می‌گردند:

$$P = \rho RT \quad (35-1)$$

^۱ Synoptic

^۲ اگر به جای آن از مختصات کروی استفاده می‌کردیم، چندین عبارت انحنای اضافی داشتیم. مثالی از آن را در بخش (۲-۲) خواهیم دید، وقتی معادله تکانه را در مختصات استوانه‌ای بررسی کنیم.

در این رابطه، $R = 287 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ثابت گاز برای هوای خشک است. بنابراین چگالی و دمای گاز، فشار آن را تعیین می‌کند. قانون گاز ایده‌آل برای گاز خشک (یک با رطوبت صفر) بسیار مناسب است، اما اگر دما را با «دمای مجازی»^۱ جای‌گزین کنیم، معادله‌ی مشابهی در حضور رطوبت اعمال می‌شود. در اینجا برای اهداف ما، در نظر گرفتن گاز خشک کفایت می‌کند. در اقیانوس، هم شوری و هم دما بر چگالی تأثیر می‌گذارند. این وابستگی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$P = \rho(T, S) = \rho_c \left(1 - \alpha_T (T - T_{ref}) + \alpha_S (S - S_{ref}) \right) + h.o.t \quad (36-1)$$

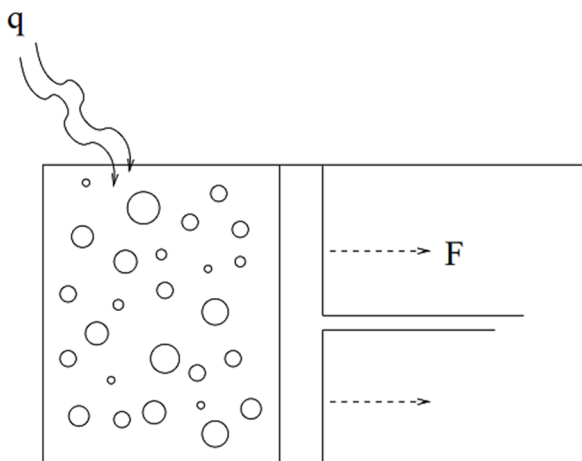
در این رابطه ρ_c یک ثابت است. T و S دما و شوری هستند (و T_{ref} و S_{ref} مقادیر مرجع هستند). همچنین $h.o.t$ به معنای «جملات مرتبه بالاتر» می‌باشد. افزایش دما یا کاهش شوری، باعث کاهش چگالی آب می‌شود. نکته‌ی مهم این است که تصحیحات دما و شوری بسیار کمتر از یک است، به‌طوری که چگالی توسط عبارت اول، یعنی ρ_c که یک ثابت است، غالب می‌گردد که بعداً از آن استفاده خواهیم کرد.

۱-۵- معادلات ترمودینامیک

ما به یک معادله‌ی اضافی نیاز داریم. این معادله‌ی انرژی ترمودینامیکی است که چگونگی واکنش سیال به گرما را بیان می‌کند. این معادله از قانون اول ترمودینامیک مشتق شده است که بیان می‌کند: گرمای داده شده به حجم، منهای کار انجام شده توسط حجم، برابر با تغییر انرژی داخلی آن است.

حجم نشان داده شده در شکل (۱-۵) را در نظر بگیرید. گاز در محفظه‌ای در سمت چپ یک پیستون کشویی محصور شده است. گرما به گاز اعمال می‌شود، سپس گاز منبسط شده و به پیستون فشار وارد می‌کند.

^۱ برای اطلاعات بیشتر به کتاب هولتون (Holton)، مقدمه‌ای بر هواشناسی دینامیک مراجعه کنید.



شکل ۱-۵- گاز موجود در پیستون، مثالی برای قانون اول ترمودینامیک.

گرمای داده شده، برابر با تغییر در انرژی داخلی و گاز به اضافه کار انجام شده روی پیستون است.

$$dq = de + dw \quad (۳۷-۱)$$

کار حاصل ضرب نیرو و فاصله طی شده توسط پیستون است. برای یک جابه‌جایی کوچک dx ، کار برابر است با:

$$dw = Fdx = pAdx = pdV \quad (۳۸-۱)$$

اگر حجم افزایش یابد، یعنی اگر $dV > 0$ ، گاز کار انجام می‌دهد. اما اگر حجم کاهش یابد، گاز متراکم شده و کار روی آن انجام می‌شود. در اینجا حجم را یک واحد جرم فرض می‌کنیم، به‌طوری‌که:

$$\rho V = 1 \quad (۳۹-۱)$$

از این‌رو،

$$dV = d\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (۴۰-۱)$$

بنابراین داریم:

$$dq = de + pd\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (۴۱-۱)$$

حال اگر گرما را به حجم اضافه کنیم، دمای گاز افزایش می‌یابد. اگر حجم، ثابت نگه داشته شود، افزایش دما متناسب با گرمای اضافه شده است:

$$dq_v = c_v dT \quad (۴۲-۱)$$

که در آن c_v گرمای ویژه در حجم ثابت است. می‌توان با گرم کردن گاز در حجم ثابت و اندازه‌گیری تغییر دما، c_v را در آزمایشگاه تعیین کرد. با حجم ثابت، تغییر انرژی گاز، برابر با گرمای اضافه شده به آن است، بنابراین:

$$dq_v = de_v = c_v dT \quad (۴۳-۱)$$

اگر حجم ثابت نباشد، چطور؟ در واقع، انرژی داخلی هنوز هم فقط به دما بستگی دارد (برای یک گاز کامل). این قانون ژول^۱ است. بنابراین، حتی اگر V تغییر کند، داریم:

$$de = c_v dT \quad (۴۴-۱)$$

از این‌رو، می‌توان نوشت:

$$dq = c_v dT + pd\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (۴۵-۱)$$

اگر این معادله را بر dt تقسیم کنیم، معادله انرژی ترمودینامیک، طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dq}{dt} = c_v \frac{dT}{dt} + p \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (۴۶-۱)$$

بنابراین سرعت تغییر دما و چگالی، به سرعت گرم شدن گاز بستگی دارد. می‌توان شکل دیگری از معادله را استخراج نمود. فرض کنید در عوض، فشار گاز را ثابت نگه داریم. یعنی

¹ Joule's Law

اجازه دهیم پیستون حرکت کند، اما به گونه‌ای که نیروی وارد بر پیستون همان نیروی قبلی باشد. اگر گرما را اضافه کنیم، دما افزایش می‌یابد، اما این کار با سرعتی متفاوت از ثابت نگه داشتن حجم انجام می‌شود. بنابراین، می‌توانیم بنویسیم:

$$dq_p = c_p dT \quad (۴۷-۱)$$

که در آن c_p گرمای ویژه در فشار ثابت است. انتظار داریم که c_p بزرگ‌تر از c_v باشد. زیرا اگر گاز نیز روی پیستون کار انجام دهد، برای افزایش دمای گاز به گرمای بیش‌تری نیاز دارد. اکنون می‌توان عبارت کار را به‌صورت زیر نوشت:

$$pd\left(\frac{1}{\rho}\right) = d\left(\frac{p}{\rho}\right) - \frac{1}{\rho}dp \quad (۴۸-۱)$$

بنابراین:

$$dq = c_v dT + d\left(\frac{p}{\rho}\right) - \frac{1}{\rho}dp \quad (۴۹-۱)$$

می‌توانیم عبارت دوم در سمت راست این معادله را با استفاده از قانون گاز ایده‌آل، به‌صورت زیر بنویسیم:

$$d\left(\frac{p}{\rho}\right) = R dT \quad (۵۰-۱)$$

با جای‌گذاری این در رابطه (۴۹-۱)، داریم:

$$dq = (c_v + R)dT - \frac{1}{\rho}dp \quad (۵۱-۱)$$

حال اگر فشار ثابت باشد، می‌توان نوشت:

$$dq_p = (c_v + R)dT \quad (۵۲-۱)$$

لذا:

$$c_p = c_v + R$$

بنابراین، گرمای ویژه در فشار ثابت (c_p)، در واقع بزرگ‌تر از گرمای ویژه در حجم ثابت (c_v) است. برای هوای خشک، نتیجه اندازه‌گیری‌ها به صورت زیر است:

$$c_v = 717 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}, \quad c_p = 1004 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (۵۳-۱)$$

بنابراین، همان‌طور که در بخش (۴-۱) ذکر شد:

$$R = 287 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

بنابراین، می‌توان نوشت:

$$dq = c_p dT - \frac{1}{\rho} dp \quad (۵۵-۱)$$

با تقسیم این معادله بر dt ، شکل دوم معادله انرژی ترمودینامیک به دست می‌آید. بنابراین هر دو شکل معادله به صورت زیر می‌باشند:

$$c_v \frac{dT}{dt} + p \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{dq}{dt} \quad (۵۶-۱)$$

$$c_p \frac{dT}{dt} - \left(\frac{1}{\rho} \right) \frac{dp}{dt} = \frac{dq}{dt} \quad (۵۷-۱)$$

بسته به شرایط، می‌توان از هر کدام از معادلات بالا استفاده کرد. با این حال، استفاده از شکل سوم معادله راحت‌تر خواهد بود که به دمای پتانسیل مربوط می‌گردد. هنگامی که در جو زمین به سمت بالا حرکت کنیم، دما و فشار هر دو تغییر می‌کنند. بنابراین، اگر در بالونی به سمت بالا حرکت کرده و اندازه‌گیری کنیم، باید هم فشار و هم دما را دنبال کنیم. به عبارت دیگر، نشانه کردن یک بسته هوا، براساس دمای آن کافی نیست. یک بسته می‌تواند در زمین (در عرض‌های جغرافیایی بالا) یا در یک ارتفاع زیاد (در عرض‌های جغرافیایی پایین) دمای ۱ درجه سانتی‌گراد داشته باشد. دمای پتانسیل، به راحتی تغییرات دما در اثر فشار را محاسبه می‌کند. می‌توان بسته هوا را با دمای پتانسیل آن نشانه کرد و این کافی است.

بسته هوا را در ارتفاعی در نظر بگیرید. سپس آن بسته را بدون گرم کردن به سطح برمی گردانیم و دمای آن را اندازه گیری می کنیم. این دما، دمای پتانسیل آن است. از این رو، داریم:

$$c_p dT - \frac{1}{\rho} dp = dq \quad (۵۸-۱)$$

اگر گرمایش صفر باشد، یعنی $dq = 0$ ، داریم:

$$c_p dT - \frac{1}{\rho} dp = c_p dT - \frac{RT}{p} dp = 0 \quad (۵۹-۱)$$

باز با استفاده از قانون گاز کامل، می توان این را به صورت زیر نوشت:

$$c_p d \ln T - R d \ln p = 0 \quad (۶۰-۱)$$

بنابراین:

$$c_p \ln T - R \ln p = \text{const.} \quad (۶۱-۱)$$

این ایجاب می کند که:

$$c_p \ln T - R \ln p = c_p \ln \theta - R \ln p_s \quad (۶۲-۱)$$

که در آن θ و p_s دما و فشار در یک تراز مرجع انتخابی هستند که ما آن را سطح می گیریم. بنابراین:

$$\theta = T \left(\frac{p_s}{p} \right)^{R/c_p} \quad (۶۳-۱)$$

این تعریف دمای پتانسیل است.

دمای پتانسیل به طور خطی، متناسب با دمای واقعی می باشد، اما به فشار نیز بستگی دارد. دمای پتانسیل با افزایش ارتفاع افزایش می یابد، زیرا فشار با رفتن به بالا، کاهش می یابد. در اقیانوس، دمای پتانسیل از پایین افزایش می یابد، زیرا فشار نیز به همین صورت، با حرکت به سمت سطح دریا کاهش می یابد.

نکته مهم این است که اگر گرمایش وجود نداشته باشد، بسته هوا دمای پتانسیل خود را حفظ می‌کند. بنابراین بدون گرمایش، دمای پتانسیل مانند نشانه‌ای (برچسبی) برای بسته می‌باشد. به همین ترتیب، سطوح با دمای پتانسیل ثابت (که همچنین به سطح ایزنتروپیک^۱ یا بی‌دررو (آدیاباتیک)^۲ معروف است) بسیار مورد توجه هستند. اگر گرمایش وجود نداشته باشد، بسته هوا باید در حالت آدیابت باقی بماند. مزیت آن این است که می‌توان معادله انرژی ترمودینامیک را تنها برحسب یک متغیر نوشت. معادله با انضمام گرمایش، به صورت زیر:

$$c_p \frac{d(\ln \theta)}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dq}{dt} \quad (۶۴-۱)$$

این ساده‌تر از معادلات (۵۶-۱ و ۵۷-۱) است، زیرا فشار را شامل نمی‌گردد. در شکل (۵-۱) دمای پتانسیل و دما در جو نشان داده شده است. دما در تروپوسفر (ورداسپهر)^۳، تقریباً به‌طور خطی با ارتفاع نزدیک سطح زمین کاهش می‌یابد. در حدود ۸ کیلومتری، یعنی در استراتوسفر (آرام سپهر)^۴ دما دوباره شروع به افزایش می‌کند، در مقابل، دمای پتانسیل به‌طور یکنواخت با ارتفاع افزایش می‌یابد. این باعث می‌شود که این متغیر بهتری برای مطالعه حرکت جوی باشد. رابطه ترمودینامیکی متناظر در اقیانوس، به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d}{dt} \sigma_\theta = J \quad (۶۵-۱)$$

در این رابطه، σ_θ چگالی پتانسیل و J واداشت^۵ اعمالی است. در قیاس با دمای پتانسیل، چگالی پتانسیل، چگالی یک بسته سیال است که به‌طور بی‌دررو تا فشار مرجع (معمولاً ۱۰۰ کیلوپاسکال) افزایش می‌یابد. همان‌طور که مشاهده خواهد شد، در اقیانوس، فشار با عمق افزایش می‌یابد و این باعث افزایش چگالی در بسته سیال می‌شود. چگالی پتانسیل برای این حالت اصلاح می‌گردد. علاوه بر این، عبارت واداشت،

^۱ Isentropic

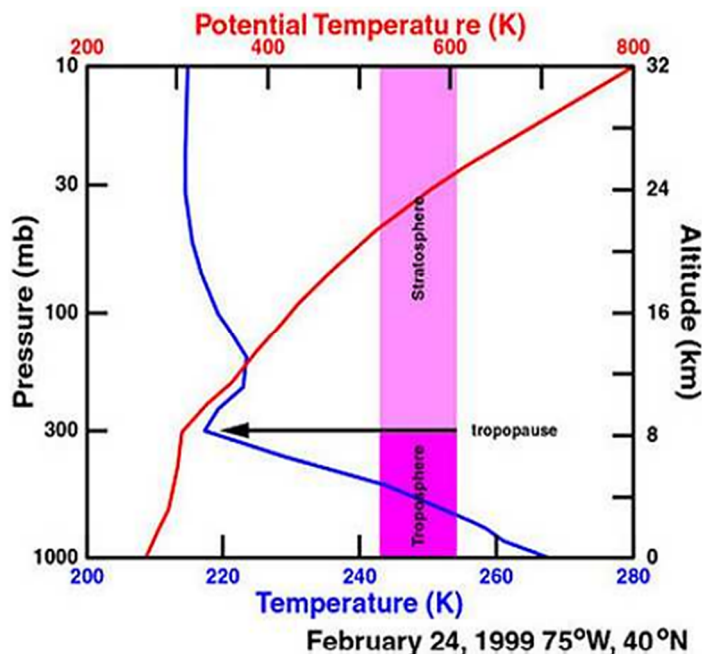
^۲ Adiabatic

^۳ Troposphere

^۴ Stratosphere

^۵ Forcing

یعنی l ، شامل تغییرات دما یا شوری می‌باشد. بنابراین، l همچنین می‌تواند، نشان‌دهنده ورودی آب شیرین (مثلاً آب حاصل از ذوب یخ) باشد.

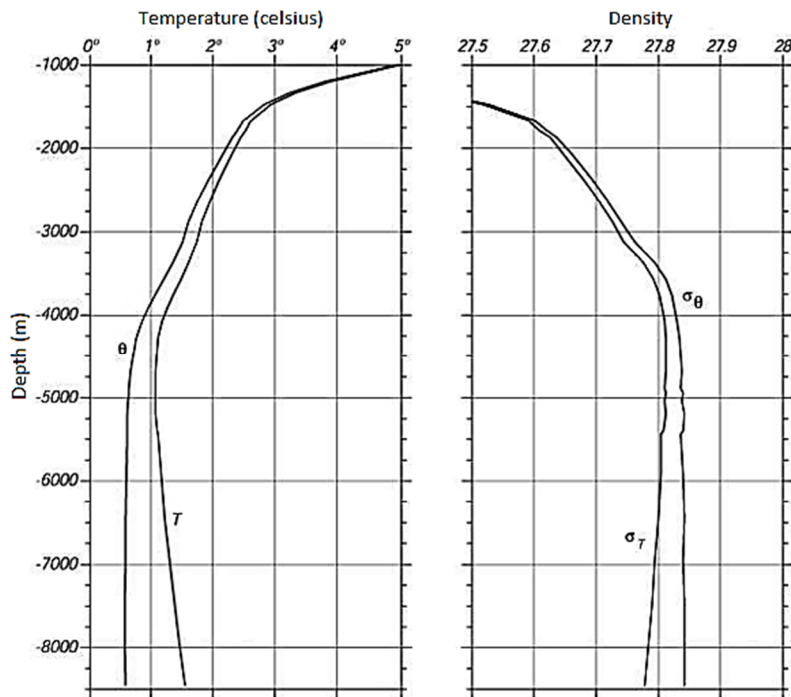


شکل ۱-۵- دمای پتانسیل و دما در جو پایینی (منبع: ناسا، GSFC/NASA).

یک نیم‌رخ معمولی از چگالی پتانسیل در شکل (۱-۶) نشان داده شده است. دما (شکل سمت چپ) در نزدیکی سطح گرم‌تر از جاهای دیگر است (اگرچه در این مثال، خیلی گرم نیست!). دما با عمق تا حدود ۵۰۰۰ متری کاهش می‌یابد، اما دوباره در زیر آن افزایش می‌یابد.

مورد دوم، به دلیل افزایش فشار است. از طرفی، دمای پتانسیل به‌طور یکنواخت با عمق کاهش می‌یابد. چگالی پتانسیل، σ_θ (شکل سمت راست)، به‌طور یکنواخت با عمق افزایش می‌یابد. برای اهداف ما، فرض اینکه خود چگالی در غیاب نیروی ترمودینامیکی ثابت می‌ماند، کافی است، یعنی:

$$\frac{d}{dt} \rho = 0 \quad (۱-۶۶)$$



شکل ۱-۶- دما و دمای پتانسیل (شکل سمت چپ) و چگالی پتانسیل (σ_θ)، (شکل سمت راست)، نسبت به عمق رسم شده است. چگالی اضافی (σ_T)، شکل جایگزین چگالی پتانسیل است. داده‌ها از گودال کرمادک (Kermadec) در اقیانوس آرام به‌دست آمده‌اند و توسط وارن (۱۹۷۳) توصیف شده است (منبع: اقیانوس جهانی در دانشگاه A&M تگزاس).

۱-۶- تمرینات

۱- دو ناظر یکی در ایستگاه هواشناسی و دیگری در حال عبور از بالای سر آن در داخل بالونی قرار دارد. ناظر روی زمین متوجه می‌شود که دما با سرعت ۱ درجه سانتی‌گراد در روز کاهش می‌یابد و ناظر داخل بالون، شاهد افزایش دما با همان آهنگ است. اگر بالون با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه به سمت شرق حرکت کند، در مورد میدان دما چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- معادله پیوستگی را به روشی متفاوت و با در نظر گرفتن بالونی که توسط جریان بالا می‌رود، به دست آورید. جرم بالون ثابت است، یعنی حاوی تعداد ثابتی مولکول (مثلاً هلیوم) است. فرض کنید، شکل بالون مکعبی به اضلاع δx ، δy و δz است. در این صورت، حجم بالون:

$$V = \delta x \delta y \delta z$$

و جرم آن ρV می‌باشد. اگر جرم به دنبال جریان پایسته بماند، این مقدار نیز پایسته می‌ماند:

$$\frac{1}{M} \frac{d}{dt} M = 0 \quad (۱-۶۷)$$

این معادله را برای استخراج مجدد معادله پیوستگی (۱-۱۱)، وقتی $\delta \rightarrow 0$ ، استفاده کنید.

۳- ماشینی با سرعت ۵۰ km/hr ، در جهت ۶۰ درجه شمالی، به سمت شرق در حال حرکت است. اگر از فضا به آن نگاه کنید، سرعت ماشین چقدر است؟

۴- چرخش چقدر گرانش را تغییر می‌دهد؟ شتاب گریز از مرکز را در استوا محاسبه کنید. این در مقایسه با $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ چقدر است؟

۵- فرض کنید، قطاری با سرعت ۵۰ km/hr در اسلو (نروژ) به سمت شرق حرکت می‌کند. شتاب کوریولیس وارد بر قطار چقدر است؟ این شتاب در کدام جهت می‌باشد؟ بزرگی شتاب در مقایسه با گرانش چقدر است؟ اکنون فرض کنید، قطار با همان سرعت و جهت در حال حرکت است، در این صورت در ولینگتون (نیوزلند) شتاب کوریولیس چیست؟