

بسمه تعالی

# روش‌های عددی

# در هوشمناسی و اقیانوس‌شناسی

کریستوفر دوس

ترجمه:

دکتر سعید ملا اسماعیل پور

زمستان ۱۴۰۱

## پیش‌گفتار مترجم

کمبود کتاب درسی به زبان فارسی در زمینه روش‌های عددی در هواشناسی و اقیانوس‌شناسی چه در بحث تألیف و چه در بحث ترجمه، ما را ترغیب به ترجمة این اثر Numerical Methods in «Meteorology and Oceanography» اثر کریستوفر دوس، استاد دانشکده هواشناسی دانشگاه استکهلم سوئد می‌باشد. در این کتاب با استفاده از طرح‌واره‌های مختلف به تحلیل روش‌هایی پرداخته شده است که جواب‌های عددی معادلات را به ما می‌دهد. زیرا حل تحلیلی معادلات بعضاً پیچیده و حتی به روش‌های معمول غیرممکن است. از این‌رو، ناچار به بررسی و حل آنها با روش‌های عددی می‌باشیم. به طور نمونه، برای حل معادلات دیفرانسیل جزئی (PDE) نیاز به گسسته‌سازی آنها داریم. روش تفاضل محدود یک روش مستقیم برای گسسته‌سازی این معادلات است. به این معنی که به جای تحلیل یک معادله در یک مکان پیوسته، آن را به دو یا چند معادله در مکان‌های گسسته تبدیل می‌کنیم. این کتاب مشتمل بر ۱۴ فصل است که در فصل آخر (فصل ۱۴) نمونه سوالات امتحانی دانشگاه استکهلم سوئد از سال ۱۹۹۹-۲۰۰۸ آورده شده است.

این کتاب برای دانشجویان رشته‌های هواشناسی، اقیانوس‌شناسی فیزیکی، فیزیک دریا، ریاضیات کاربردی و سایر رشته‌های مهندسی بهویژه مکانیک سیالات بسیار مفید است. در خاتمه هرگونه نظر و پیشنهادی از سوی دانشجویان، خوانندگان و همکاران محترم در جهت بهبود کیفیت این کتاب با نشانی و ایمیل [esmaeilpour@aut.ac.ir](mailto:esmaeilpour@aut.ac.ir) موجب امتنان خواهد بود.

دکتر سعید ملا‌سماعیل‌پور

زمستان ۱۴۰۱

# فهرست مطالب

۹	فصل ۱: مقدمه
۱۱	فصل ۲: معادلات دیفرانسیل جزئی (PDE)
۱۲	۱-۲- مقدمه
۱۳	۲-۲- بیضوی
۱۵	۳-۲- سهموی
۱۶	۴-۲- هذلولوی
۱۸	فصل ۳: تفاضلات محدود
۱۹	۱-۳- روش نقطه- شبکه
۱۹	۲-۳- طرح واره تفاضل محدود
۲۲	۳-۳- تفاضلات محدود زمانی
۲۴	۱-۳-۳- طرح واره‌های دو ترازی
۲۷	فصل ۴: پایداری عددی معادله فرارفت (هذلولی)
۲۸	۰-۴- معادله فرارفت با طرح واره لیپ- فرآگ، یعنی $2[\Delta x]$
۳۱	۲-۴- معادله فرارفت با طرح واره اویلر (بیش رو) در زمان و طرح واره مرکزی در مکان
۳۳	۳-۴- طرح واره پاد جریان یا پاد باد سو
۳۷	۰-۴-۴- معادله فرارفت با طرح واره $4(\Delta x)$
۴۱	فصل ۵: مُد عددی
۴۲	۱-۵- مُد عددی طرح واره‌های سه ترازی
۴۵	۱-۱-۵- شرط اولیه محاسباتی
۴۵	۲-۵- منع مُد محاسباتی
۴۷	فصل ۶: دقت سرعت فاز عددی
۴۸	۱-۶- پراکندگی ناشی از گستینگی مکانی

۴۸ .....	-۲-۶ پراکندگی ناشی از گسستگی زمانی.
۵۱ .....	-۳-۶ پراکندگی ناشی از گسستگی مکانی و زمانی.
۵۴ .....	فصل ۷: عبارات انتشار و اصطکاک (سهموی) .....
۵۵ .....	-۱-۷ اصطکاک ریلی .....
۵۸ .....	-۲-۷ معادله گرما .....
۶۴ .....	-۳-۷ معادله فرارفت- انتشار .....
۶۹ .....	فصل ۸: معادلات پواسون و لاپلاس (بیضوی) .....
۷۰ .....	-۱-۸ مقدمه .....
۷۰ .....	-۲-۸ روش تکرار ژاکوبی .....
۷۱ .....	-۳-۸ روش تکرار گاووس- سایدل .....
۷۲ .....	-۴-۸ روش فوق تخفیف متوالی (SOR) .....
۷۴ .....	فصل ۹: معادلات آب کم عمق .....
۷۵ .....	-۱-۹ امواج گرانشی یک بعدی با تفاضل مرکزی مکانی .....
۷۷ .....	-۲-۹ امواج گرانشی دو بعدی با تفاضل مرکزی مکانی .....
۷۹ .....	-۳-۹ معادلات خطی آب کم عمق بدون اصطکاک .....
۸۶ .....	-۴-۹ پایستگی جرم، انرژی و آنستروفی .....
۸۶ .....	-۱-۴-۹ معادلات آب کم عمق با عبارت‌های فرارفت غیرخطی .....
۸۸ .....	-۲-۴-۹ گسسته‌سازی .....
۹۲ .....	فصل ۱۰: طرح‌واره‌های ضمنی و نیمه ضمنی .....
۹۳ .....	-۱-۱۰ طرح‌واره ضمنی (قانون ذوزنقه) .....
۹۵ .....	-۲-۱۰ روش نیمه ضمنی کویزاك و رابت .....
۹۷ .....	-۳-۱۰ روش نیمه لاغرانژی .....
۹۸ .....	-۱-۳-۱۰ فرارفت غیرفعال یک بُعدی (1-D) .....

۱۰۰ .....	۲-۳-۱۰- درون‌بایی و پایداری
۱۰۳ .....	فصل ۱۱: هارمونیک‌های کروی
۱۰۴ .....	۱-۱۱- روش‌های طیفی
۱۰۶ .....	۲-۱۱- هارمونیک‌های کروی
۱۰۹ .....	۳-۱۱- روش تبدیل طیفی
۱۱۰ .....	۴-۱۱- کاربرد در معادلات آب کم‌عمق در کره
۱۱۲ .....	فصل ۱۲: انواع مختلف مختصات
۱۱۳ .....	۱-۱۲- مختصات ارتفاع یا عمق ثابت
۱۱۴ .....	۲-۱۲- سایر مختصات قائم
۱۱۷ .....	۲-۲-۱۲- مختصات فشار
۱۱۹ .....	۲-۲-۱۲- مختصات سیگما
۱۲۰ .....	۳-۲-۱۲- مختصات هیبرید
۱۲۲ .....	۴-۲-۱۲- مختصات مدل گردش عمومی اقیانوس
۱۲۲ .....	۳-۱۲- اجزای محدود
۱۲۴ .....	۴-۱۲- نتایج حاصل از مدل‌های گردش عمومی اقیانوس و جو
۱۲۶ .....	فصل ۱۳: تمرینات عملی کامپیوتری
۱۲۷ .....	۱-۱۳- هدف
۱۲۷ .....	۲-۱۳- تئوری
۱۲۸ .....	۳-۱۳- ابزار
۱۲۹ .....	۴-۱۳- تمرینات نظری
۱۳۰ .....	۵-۱۳- تمرینات تجربی
۱۳۲ .....	۶-۱۳- تمرین آب کم‌عمق، توسط آندرس انگستروم
۱۳۲ .....	۷-۱۳- تئوری

۱۳۲	..... ابزار-۸-۱۳
۱۳۳	..... گزارش-۹-۱۳
۱۳۴	..... تمرینات-۱۰-۱۳
۱۳۴	..... ۱- مدل یک بُعدی (1D)-۱۰-۱۳
۱۳۵	..... ۲- مدل دو بُعدی (2D)-۱۰-۱۳
۱۳۶	..... ۱۱- تمرینات اختیاری-۱۳
۱۳۶	..... ۱- غیرخطی-۱۱-۱۳
۱۳۷	..... ۲- مدل طیفی-۱۱-۱۳
۱۳۷	..... ۱۲- ساختار کلی کد-۱۳
۱۳۹	..... فصل ۱۴: سوالات امتحانی دانشگاه استکهلم (سوئد) از سال ۱۹۹۹ - ۲۰۰۸
۱۶۷	..... واژه‌نامه
۱۷۶	..... منابع

## پیش‌گفتار مؤلف

هدف از این نوشتة، ارائه مقدمه و مروری بر مدل‌سازی عددی اقیانوس و جو است. در این کتاب، طرح‌واره‌های عددی برای متداول‌ترین معادلات هواشناسی و اقیانوس‌شناسی تشریح شده است. برای سهولت، معادلات اغلب به معادلات هیدرودینامیکی ارجاع داده می‌شوند، زیرا روش‌های عددی تشریح شده در این نوشتة، هم برای مدل‌سازی اقیانوس و هم برای جو قابل استفاده و کاربردی می‌باشند. از طرفی، عمدتاً به‌دلیل غیرخطی بودن معادلات هیدرودینامیکی که حرکت در اقیانوس و جو را توصیف می‌کنند، نمی‌توان جواب‌های تحلیلی برای آنها پیدا کرد. بنابراین، ناچار به تقریب عددی معادلات و حل عددی آنها با ساخت مدل‌های گردش عددی هستیم.

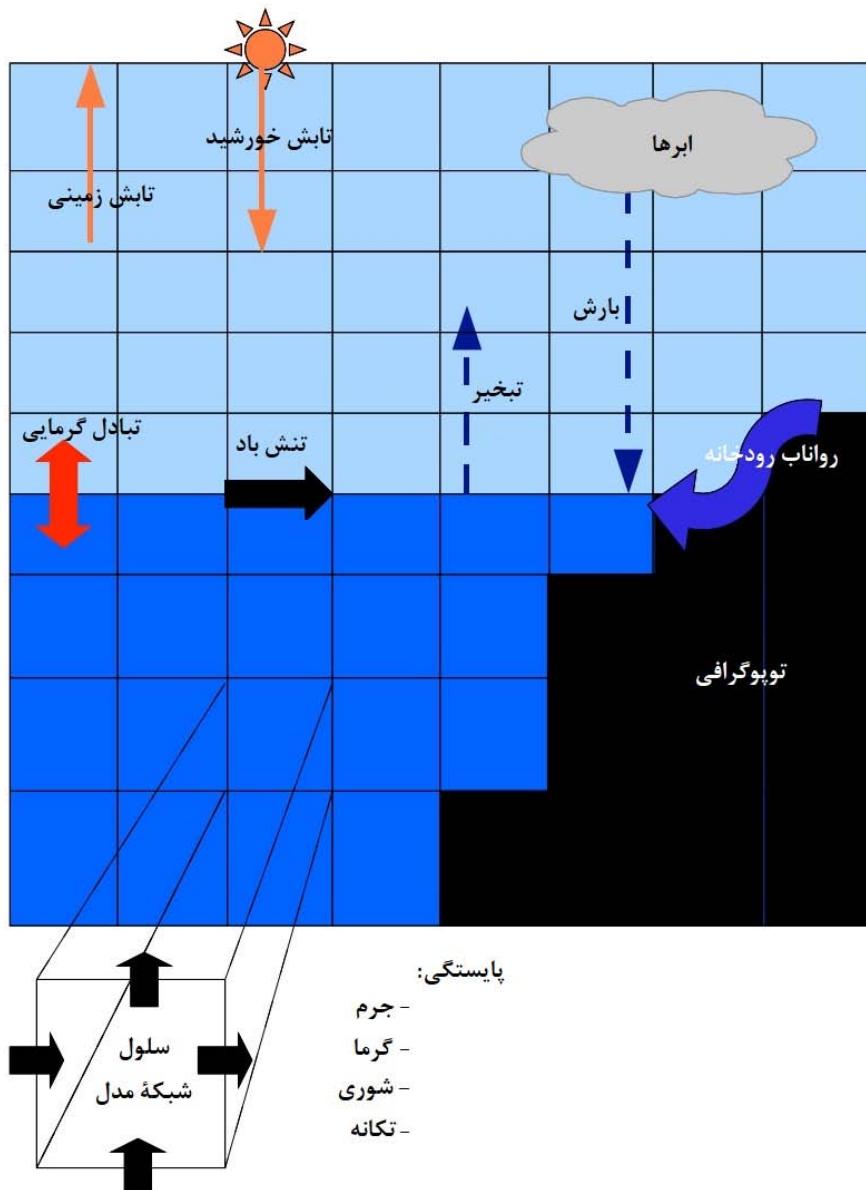
کریستوفر دوس، استاد اقیانوس‌شناسی فیزیکی دانشکده هواشناسی، دانشگاه استکهلم (سوئد)

# فصل ۱

## مقدمه

یک مدل عددی گردش جو یا اقیانوس اصولاً از سه مقوله زیر تشکیل شده است:

- الف) شبکه‌ای در فضا
- ب) معادلاتی که پایستگی جرم، گرما، نمک و تکانه را توصیف می‌کنند.
- پ) مرزهای باز



شکل ۱-۱- تصویر شماتیک از یک مدل عددی گردش اقیانوس- جو.