

میرایی سازه ای با کاربرد در اصلاح پاسخ لرزه ای

STRUCTURAL DAMPING Applications in Seismic Response Modification

Zach Liang
George C. Lee
Gary F. Dargush
Jianwei Song

مترجمان:

مهندس علیرضا صالحین

مهندس علی حیدری

فهرست مطالب

مقدمه مترجمان

مقدمه نویسندگان

بخش اول: سیستم های ارتعاشی

فصل اول: ارتعاش آزاد و هارتکین (همساز) سیستم های دارای تک درجه آزادی.....	۱
۱,۱ مدل سیستم های ارتعاش خطی SDOF	۱
۱,۱,۱ معادله حرکت و پارامترهای اساسی دینامیکی	۱,۱,۱
۱,۱,۱,۱ تعادل نیروهای ارتعاشی	۱,۱,۱,۱
۱,۱,۱,۲ پارامترهای اساسی مدل فیزیکی	۱,۱,۱,۲
۱,۱,۱,۳ معادله مشخصه و مدل مودی	۱,۱,۱,۳
۱,۱,۲ جواب همگن، ارتعاش زوال آزاد و مدل پاسخ	۱,۱,۲
۱,۱,۳ ارتعاش اجباری با تهییج هارتکین	۱,۱,۳
۱,۱,۳,۱ پاسخ وضعیت ثابت.....	۱,۱,۳,۱
۱,۱,۳,۲ روش پاسخ مختلط برای تغییر مکان وضعیت ثابت.....	۱,۱,۳,۲
۱,۱,۳,۴ پاسخ ها با شرایط اولیه غیر صفر	۱,۱,۳,۴
۱,۱,۴ تهییج زمین.....	۱,۱,۴
۱,۱,۴,۱ شرایط حاکم.....	۱,۱,۴,۱
۱,۱,۴,۲ پاسخ تهییج های هارتکین زمین.....	۱,۱,۴,۲
۱,۲ تشدید دینامیکی.....	۱,۲
۱,۲,۱ ضریب تشدید دینامیکی، تهییج عمومی.....	۱,۲,۱
۱,۲,۱,۱ ضریب تشدید دینامیکی تغییر مکان.....	۱,۲,۱,۱
۱,۲,۱,۲ ضریب تشدید دینامیکی شتاب.....	۱,۲,۱,۲
۱,۲,۱,۳ مقادیر اوج ضرایب تشدید دینامیکی.....	۱,۲,۱,۳
۱,۲,۱,۴ ضرایب تشدید دینامیکی که به یکتایی می رسند.....	۱,۲,۱,۴
۱,۲,۱,۵ نقاط نیم توانی و ناحیه تشدید.....	۱,۲,۱,۵
۱,۲,۱,۶ کاهش پاسخ به علت افزایش میرایی.....	۱,۲,۱,۶
۱,۲,۲ ضریب تشدید دینامیکی، تهییج زمین.....	۱,۲,۲
۱,۲,۲,۱ ضریب تشدید دینامیکی تغییر مکان نسبی.....	۱,۲,۲,۱
۱,۲,۲,۲ ضریب تشدید دینامیکی شتاب مطلق.....	۱,۲,۲,۲
۱,۳ اتلاف انرژی و میرایی موثر.....	۱,۳
۱,۳,۱ تلف شده بازای هر سیکل.....	۱,۳,۱

۵۶	۱,۳,۱,۱ میرایی ویسکوز خطی
۵۶	۱,۳,۱,۲ انرژی اتلاف شده بواسطه نیروی میرایی
۵۷	۱,۳,۱,۳ ضریب میرایی و نسبت میرایی ویسکوز خطی
۵۹	۱,۳,۱,۴ سیستم خطی
۶۰	۱,۳,۲ میرایی و نیروی لرزه ای
۶۰	۱,۳,۲,۱ معادله پارامتری
۶۴	۱,۳,۳ میرایی موثر
۶۵	۱,۳,۳,۱ ضریب میرایی موثر
۶۶	۱,۳,۳,۲ نسبت میرایی موثر
۶۷	۱,۳,۳,۳ ارتعاش اجباری عمومی، اتلاف انرژی
۶۹	۱,۳,۳,۴ شکل جایگزین نسبت میرایی
۷۰	۱,۴ خلاصه
۷۱	مراجع و مآخذ
۷۳	فصل دوم: سیستم های با چند درجه آزادی با تهییج دلخواه
۷۳	۲,۱ تهییج های پرپودیک
۷۴	۲,۱,۱ سیگنال های پرپودی
۷۴	۲,۱,۱,۱ توابع پرپودی
۷۶	۲,۱,۲ سری های فوریه
۷۶	۲,۱,۲,۱ ضرایب فوریه
۸۰	۲,۱,۳ تبدیل فوریه گسسته
۸۱	۲,۱,۳,۱ گسسته کردن سیگنال ها
۸۲	۲,۱,۳,۲ سری های فوریه گسسته
۸۶	۲,۱,۴ نیروی کلی میرایی
۸۸	۲,۱,۴,۱ خطی سازی سری های فوریه
۸۸	۲,۱,۴,۲ نیروی سازه ای وضعیت ثابت
۹۰	۲,۱,۴,۳ میرایی اصطکاک خشک
۹۵	۲,۱,۴,۴ میرایی ویسکوز غیرخطی کلی
۱۰۰	۲,۱,۵ پاسخ به تهییج های پرپودی
۱۰۰	۲,۱,۵,۱ پاسخ کلی
۱۰۰	۲,۱,۵,۲ پاسخ n امین جریان یکنواخت
۱۰۱	۲,۱,۵,۳ پاسخ انتقالی

۱۰۲تهییج های انتقالی
۱۰۲سیگنال های انتقالی
۱۰۲تبدیل فوریه
۱۰۳مشخصه های مهم تبدیل فوریه: یک خلاصه
۱۰۵تبدیل لاپلاس : مشخصات پراهمیت تبدیل لاپلاس: یک خلاصه
۱۰۶پاسخ ضربه ای
۱۰۸نیروی کلی و انتگرال دوهامل
۱۰۸انتگرال کانولوشن (همتابی)
۱۱۱تابع انتقال پاسخ تکانه واحد
۱۱۳تبدیل انتگرال کانولوشن (همتابی)
۱۱۳تهییج های تصادفی
۱۱۴متغیرهای تصادفی
۱۱۷مقدار میانگین، انتظار ریاضیاتی
۱۱۹مقدار میانگین و مربع میانگین
۱۲۰انحراف استاندارد و مقدار مربع میانگین ریشه
۱۲۱فرآیند تصادفی
۱۲۱تاریخچه های زمانی تصادفی
۱۲۲میانگین گیری آماری
۱۲۵توابع همبستگی و توابع چگالی طیفی توانی
۱۲۵تحلیل همبستگی
۱۲۹تابع چگالی طیفی توانی
۱۳۷همبستگی بین تابع نیرویی و پاسخ تکانه تابع
۱۴۱روش اساسی مواجهه با ارتعاشات تصادفی
۱۴۱پاسخ زلزله سیستم های خطی SDOF
۱۴۲طیف پاسخ
۱۴۵طیف طراحی
۱۵۵ضریب کنترل برای طراحی میراگر: برش پایه
۱۵۹شتاب ها و تغییرمکان های طیفی
۱۶۰خلاصه
۱۶۱مراجع و مأخذ
۱۶۳فصل سوم: سیستم های خطی متناسب شده میرا شده با چند درجه آزادی

۱۶۳	سیستم های MDOF میراننده.....	۳,۱
۱۶۳	پارامترهای ویژه سیستم های میراننده خطی.....	۱,۱,۳
۱۶۳	معادلات حاکم.....	۳,۱,۱
۱۶۵	پاسخ مودی ارتعاشات آزاد.....	۳,۱,۲
۱۶۷	پارامترهای مقادیر ویژه.....	۳,۱,۳
۱۶۹	بحث اجمالی در خصوص بردارها و ماتریس ها.....	۲,۱,۳
۱۶۹	بردار.....	۱,۲,۳
۱۶۹	نرم برداری.....	۲,۲,۳
۱۷۱	بردارهای متعامد.....	۳,۲,۳
۱۷۱	بردار واحد.....	۴,۲,۳
۱۷۳	فضای برداری.....	۵,۲,۳
۱۷۳	استقلال خطی.....	۶,۲,۳
۱۷۵	ماتریس متقارن و خارج قسمت ریلی.....	۳,۱,۳
۱۷۵	پارامترهای ویژه ماتریس های متقارن.....	۱,۳,۳
۱۷۷	خارج قسمت ریلی.....	۲,۳,۳
۱۸۰	سیستم های MDOF (چند درجه آزادی) متناسب میرا شده.....	۳,۲
۱۸۰	تحلیل مودال و روند تجزیه.....	۳,۲,۱
۱۸۰	معادله حاکم سیستم های MDOF میرا شده.....	۳,۲,۱
۱۸۱	مجزا کردن به روش خارج قسمت ریلی.....	۳,۲,۲
۱۸۳	تجزیه با روش انتقال خطی.....	۳,۲,۳
۱۸۵	ارتعاش زوال - آزاد.....	۳,۲,۲
۱۸۹	مشارکت مودی و کوتاه سازی.....	۳,۳
۱۸۹	ضریب مشارکت مودی.....	۳,۳,۱
۱۹۱	شاخص توزیع مودی.....	۳,۳,۲
۱۹۱	تئوری شاخص (اندیکاتور).....	۳,۳,۱
۱۹۳	واقعی سازی شاخص ها.....	۳,۳,۲
۱۹۴	محاسبه پاسخ برهم نهی مودال کوتاه شده.....	۳,۳,۳
۱۹۴	روند محاسبه.....	۳,۳,۱
۲۰۳	پاسخ های اوج.....	۳,۳,۴
۲۰۵	برش پایه و نیروی جانبی.....	۳,۴
۲۰۷	فرکانس طبیعی و تخمین شکل مود.....	۳,۵

۲۰۷ فرکانس طبیعی	۳,۵,۱
۲۱۰ تخمین شکل مود	۳,۵,۲
۲۱۳ ماتریس ضریب برای میرایی متناسب شده	۳,۶
۲۱۳ میرایی رایلی	۳,۶,۱
۲۱۳ Caughey	۳,۶,۲
۲۱۵ Caughey اصلاح میرایی	۳,۶,۳
۲۱۶ موده‌های بیش‌فوق میرا شده	۳,۶,۴
۲۱۶ عبارت جایگزین میرایی متناسب	۳,۶,۵
۲۱۸ ماتریس میرایی متقارن تعمیم یافته	۳,۶,۵,۱
۲۱۸ خلاصه	۳,۷
۲۱۹ مراجع و مآخذ	
۲۲۱ فصل چهارم: سیستم‌های چند درجه آزادی (MDOF) با میرایی عمومی	
۲۲۲ معادلات حالت و حل سنتی آنها	۴,۱
۲۲۲ ماتریس حالت و تجزیه ویژه	۴,۱,۱
۲۲۲ معادلات حالت	۴,۱,۱,۱
۲۲۸ ماتریس همراه اشکال مودی	۴,۱,۲
۲۳۱ استقلال خطی و شرایط تعامد	۴,۱,۳
۲۳۵ روش میرایی مختلط	۴,۱,۴
۲۴۳ راه حل‌های دومین فضای مودی	۴,۱,۵
۲۴۳ تجزیه مودی	۴,۱,۵,۱
۲۴۴ روش محاسبه جایگزین	۴,۱,۵,۲
۲۵۰ طراحی میراگر برای سیستم‌های میرا شده غیر متناسب	۴,۲
۲۵۰ مسائل با طراحی میراگر عمومی	۴,۲,۱
۲۵۱ خلاصه راه حل سیستم میرا شده غیر متناسب	۴,۲,۲
۲۵۵ کوتاه‌سازی مودال برای سیستم‌های میرا شده غیر متناسب	۴,۲,۳
۲۵۶ زیرسیستم‌های فوق میرا شده	۴,۳
۲۵۶ مفهوم سیستم فوق میرا شده	۴,۳,۱
۲۶۲ طیف پاسخ طراحی برای زیرسیستم فوق میرا شده	۴,۳,۲
۲۶۲ مقدار طیفی	۴,۳,۲,۱
۲۶۳ ثابت فوق میراشدگی	۴,۳,۲,۲
۲۶۷ پاسخ‌های سیستم‌های میرا شده عمومی و طیف طراحی	۴,۴

۲۶۹ روش دومین، n-فضا و آیین نامه های طراحی
۲۷۱ راه حل مودال در فضای n-بعدی
۲۷۶ کوتاه شدگی مودی برای سیستم کلی میراشده
۲۷۷ مشارکت مودی و ضابطه مودال
۲۷۷ ضابطه روی مود مختلط
۲۷۷ شاخص انرژی مودی
۲۷۹ ضریب مودی مختلط
۲۸۱ ضرایب مشارکت مودی
۲۸۲ مودهای نامتناسب میراشده
۲۸۲ مودهای متناسب میراشده
۲۸۴ زیرسیستم های فوق میرا شده
۲۸۴ نمادهای توزیع مودی
۲۸۴ نسبت جرم مودی
۲۸۸ نسبت انرژی مودال استاتیکی
۲۹۱ کوتاه شدگی مودی سیستم کلی میراشده
۲۹۲ بازسازی مودی برای طراحی میراگر
۲۹۶ طراحی میراگر بدون ماتریس سختی
۳۰۳ خلاصه
۳۰۴ مراجع و مآخذ
۳۰۵ فصل پنجم: اصول طراحی میراگر
۳۰۵ مدلسازی میرایی
۳۰۶ دسته بندی عمومی میرایی
۳۰۶ نسبت های میرایی سیستم ها
۳۰۸ نیروی میرایی سیستم ها
۳۱۰ میرایی دو خطی
۳۱۲ میرایی زیرخطی
۳۱۵ نسبت های میرایی موثر برای سیستم های (MDOF)
۳۱۶ میرایی تیموشنکو
۳۲۲ میرایی موثر مبتنی بر نیرو
۳۲۴ قانون مستطیلی، اتلاف انرژی ماکزیمم بازای هر وسیله
۳۲۴ اتلاف انرژی ماکزیمم، قانون مستطیل میرایی

۳۲۶	۵,۲,۲	کمترین ماکزیمم اتلاف ، قانون مستطیلی کار انجام شده لرزه ای
۳۲۶	۵,۲,۱	حداقل کار انجام شده توسط نیروی لرزه ای ماکزیمم
۳۳۰	۵,۲,۲	خطی بودن پاسخ های غیرخطی
۳۳۱	۵,۲,۳	ضریب کیفیت
۳۳۳	۵,۲,۴	مسائل وضعیت تعادل دینامیکی چندگانه
۳۳۴	۵,۳	تطابق (سازگاری) میرایی
۳۳۴	۵,۳,۱	مفهوم وفق پذیری میرایی
۳۳۸	۵,۳,۲	تابع شکل تغییرشکل
۳۳۹	۵,۴	پارامترهای طراحی و کنترل
۳۳۹	۵,۴,۱	سازه های میرایی پایین و میرایی بالا
۳۳۹	۵,۴,۱,۱	پارامترهای کنترل و طراحی سیستم های خطی
۳۴۲	۵,۴,۱,۲	ضرورت پارامترهای طراحی افزوده
۳۴۶	۵,۴,۲	مسائل نسبت های میرایی
۳۴۸	۵,۵	مسائل مرتبط با نیروی میرایی
۳۴۸	۵,۵,۱	میرایی قابل بازیابی و سیستم های خودمرکز گرا
۳۴۹	۵,۵,۱,۱	میرایی قابل بازیابی
۳۵۱	۵,۵,۱,۲	سازه های خودمرکز -گرا
۳۵۲	۵,۵,۱,۳	رابطه بین سختی و میرایی
۳۵۴	۵,۵,۲	فرکانس موثر و دمای میراگرها
۳۵۴	۵,۵,۲,۱	اثر خود - مرکزگرایی
۳۵۴	۵,۵,۲,۲	میرایی وابسته با فرکانس و وابسته به دما
۳۵۶	۵,۵,۳	طراحی میراگر با احتساب سختی تکیه گاهی
۳۵۶	۵,۵,۳,۱	مدلسازی
۳۵۹	۵,۵,۳,۲	تقریب
۳۶۳	۵,۵,۳,۳	سختی تکیه گاهی عمومیت (تعمیم) یافته
۳۶۵	۵,۵,۳,۴	ملاحظات طراحی
۳۷۱	۵,۵,۴	نصب میراگر
۳۷۴	۵,۶	خلاصه
۳۷۴		مراجع و مآخذ
۳۷۷		فصل ششم: عدم خطیت سیستم و میرایی سازه های نامنظم
۳۷۷	۶,۱	سیستم های غیرخطی

۳۷۷دسته بندی میرایی غیرخطی
۳۷۹پارامترهای کنترل و پارامترهای طراحی سیستم های غیرخطی
۳۸۳دسته بندی میراگر غیرخطی
۳۸۳تخمین اولیه متداول
۳۸۳دینامیک غیرخطی
۳۸۶استاتیک غیرخطی
۳۹۲مسائل مهندسی
۴۹۹سیستم های معادل خطی (SDOF)
۴۰۲ملاحظات میرایی غیر خطی سیستم های (MDOF)
۴۰۲میرایی غیرخطی جامع
۴۰۲ایده کلی طراحی میراگر غیرخطی
۴۰۴سازه تسلیم با میرایی مکمل: روش ساده سازی شده
۴۰۴قابلیت جمع پذیری نسبت میرایی
۴۰۵تخمین پررود
۴۰۶سیستم (MDOF) نامنظم
۴۰۶سازه های نامنظم
۴۰۶اثر پیکربندی سازه ای
۴۰۸تعاریف رایج
۴۰۹نامنظمی قائم
۴۱۰نامنظمی در پلان
۴۱۰محورهای اصلی سازه
۴۱۲آثار متقاطع
۴۱۳میرایی نامنظم
۴۱۳سختی-جرم منظم، میرایی نامنظم
۴۱۷ملاحظات طراحی برای میرایی نامتناسب
۴۱۸تخمین پاسخ با استفاده از طیف پاسخ
۴۱۹کمینه کردن نامتناسب میرایی
۴۱۹بحث بیشتر در خصوص معادله انرژی رایج
۴۱۹کمینه کردن انرژی پایستار
۴۲۲کمینه سازی نامتناسب بودن میرایی
۴۲۲نقش میرایی در سیستم های غیرخطی

۴۲۳سیستم های خطی	۶,۴,۱
۴۲۳طیف پاسخ کار لرزه ای و انرژی	۶,۴,۱,۱
۴۲۹خلاصه ای از اثر میرایی برای طراحی خطی	۶,۴,۱,۲
۴۳۲معادله انرژی در سیستم های خطی	۶,۴,۱,۳
۴۳۴محدودیت کنترل میرایی	۶,۴,۱,۴
۴۳۵میرایی غیرخطی و سیستم های غیرخطی	۶,۴,۲
۴۳۵اتلاف انرژی در سیستم های غیرخطی	۶,۴,۲,۱
۴۴۰نکاتی در خصوص طیف پاسخ غیرخطی	۶,۴,۲,۲
۴۴۰قانون ۰,۶۵ و ثابت Penzien	۶,۴,۲,۳
۴۴۴طیف غیرخطی	۶,۴,۲,۴
۴۴۴سازه های غیرالاستیک با شکل پذیری بزرگ	۶,۴,۳
۴۴۴سازه غیرالاستیک با میرایی مکمل	۶,۴,۳,۱
۴۴۵ضابطه بیش میرایی غیرخطی	۶,۴,۳,۲
۴۴۶اتلاف انرژی توسط میرایی ویسکوز و دو خطی	۶,۴,۳,۳
۴۴۸پاسخ های لرزه ای سازه های غیرالاستیک با میرایی ویسکوز	۶,۴,۳,۴
۴۴۸تغییر شکل انحراف دار سازه های غیرالاستیک	۶,۴,۳,۵
۴۵۰حلقه نیرو-تغییر مکان تغییر شکل غیرالاستیک	۶,۴,۳,۶
۴۵۲خلاصه	۶,۵
۴۵۲مراجع	
۴۵۵بخش سوم: طراحی میرایی الحاقی	
۴۵۷فصل ۷: طراحی میرایی خطی	
۴۵۷مرور روش های طراحی	۷,۱
۴۵۷فلسفه طراحی	۷,۱,۱
۴۵۸روش های طراحی برای سیستم های خطی	۷,۱,۲
۴۶۱روش ساده سازی شده سیستم های MSSP	۷,۲
۴۶۱توضیح کلی	۷,۲,۱
۴۶۲امکان سنجی کنترل میرایی	۷,۲,۲
۴۶۲سیستم های SDOF و MSSP	۷,۲,۳
۴۶۳روند طراحی مبنا	۷,۲,۴
۴۶۳تخمین پاسخ لرزه ای سازه اولیه	۷,۲,۴,۱
۴۶۹تعیین نسبت میرایی و ضریب میرایی	۷,۲,۴,۲

۴۷۰	مشخصات میراگر	۷,۲,۴,۳
۴۷۷	MDOF میراشده متناسب	۷,۳
۴۷۷	توصیف کلی	۷,۳,۱
۴۷۸	ضابطه برای انتخاب مودی	۷,۳,۲
۴۷۸	روند طراحی اساسی	۷,۳,۳
۴۷۸	تخمین پاسخ لرزه ای سازه ابتدایی	۷,۳,۳,۱
۴۸۳	تعیین نسبت میرایی و ضریب میرایی	۷,۳,۳,۲
۴۸۳	انتخاب میراگر	۷,۳,۳,۳
۴۸۹	طراحی سیستم های کلی میرا شده	۷,۴
۴۸۹	ضابطه برای سیستم های کلی میرا شده	۷,۴,۱
۴۸۹	روند طراحی مینا	۷,۴,۲
۴۹۰	تخمین پاسخ لرزه ای سازه با میراگر	۷,۴,۲,۱
۴۹۶	بازطراحی تجهیزات میرایی	۷,۴,۲,۴
۴۹۶	انتخاب میراگر	۷,۴,۲,۵
۴۹۸	مسائل طراحی میراگر	۷,۵
۴۹۸	سختی تکیه گاهی (Supporting Stiffness)	۷,۵,۱
۴۹۸	الزامات عمومی	۷,۵,۱,۱
۵۰۱	اصلاح میرایی غیر تیموشنکو	۷,۵,۲
۵۰۱	ایمنی، قابلیت اطمینان و مسائل نگهداری	۷,۵,۳
۵۰۲	مفهوم ایمن در برابر گسیختگی (Fail-safe System)	۷,۵,۳,۱
۵۰۲	نیروی ماکزیمم در میراگرها	۷,۵,۳,۲
۵۰۳	پایداری سیستم میراگر	۷,۵,۳,۳
۵۰۵	ترکیبات تجهیزات مختلف با هم	۷,۵,۳,۴
۵۰۶	ضرایب ایمنی	۷,۵,۳,۵
۵۰۹	قابلیت اطمینان و تعمیر و نگهداری	۷,۵,۳,۶
۵۰۹	ضریب میرایی عددی	۷,۵,۴
۵۰۹	مفهوم ضریب میرایی عددی B	۷,۵,۴,۱
۵۱۱	اصلاح طیف طراحی بر اساس گستره پریرود	۷,۵,۴,۲
۵۱۶	اصلاح SRSS شده	۷,۵,۵
۵۱۷	شتاب مطلق	۷,۵,۵,۱
۵۱۸	مودهای ناقص	۷,۵,۵,۲

۵۱۸	۷,۶ آیین نامه های طراحی میراگر
۵۱۹	۷,۷ خلاصه طراحی میرایی سیستم های خطی
۵۱۹	۷,۷,۱ گام عمده (۱) تصمیم گیری
۵۲۰	۷,۷,۲ گام عمده (۲) تحلیل مودی
۵۲۳	۷,۷,۳ گام عمده (۳) مقادیر طیفی
۵۲۳	۷,۷,۴ گام عمده (۴) پاسخ های مدل
۵۲۳	۷,۷,۵ گام عمده (۵) ضابطه میرایی مکمل
۵۲۴	۷,۷,۶ گام عمده (۶) نسبت میرایی طرح، مشخصات فنی وسیله میرایی، ارزیابی مجدد طراحی کل
۵۲۶	مراجع
۵۲۷	فصل ۸: میرایی غیرخطی
۵۲۷	۸,۱ توصیف کلی
۵۲۸	۸,۱,۱ شرط استفاده از میرایی مکمل
۵۲۸	۸,۱,۱,۲ مقدار میرایی
۵۲۸	۸,۱,۱,۳ نوع تجهیزات میرایی
۵۲۹	۸,۱,۱,۴ مدل هایی برای ارزیابی مجدد پاسخ های سازه ای
۵۲۹	۸,۱,۱,۵ شکل پذیری سازه ای
۵۳۰	۸,۲ انواع میرایی
۵۳۰	۸,۱,۲ انواع میرایی
۵۳۰	۸,۱,۲,۱ میرایی دو خطی
۵۳۱	۸,۱,۲,۲ میرایی زیرخطی
۵۳۲	۸,۱,۲,۳ تفاوت های اصلی بین میرایی دو خطی و زیرخطی
۵۳۲	۸,۱,۲,۴ سایر انواع میراگر
۵۳۲	۸,۱,۳ روش های طراحی
۵۳۳	۸,۱,۳,۱ سیستم های خطی معادل
۵۳۳	۸,۱,۳,۲ طیف پاسخ غیرخطی
۵۳۳	۸,۲ روش سیستم های خطی معادل با میراگرهای دو خطی
۵۳۴	۸,۲,۱ شرح کلی
۵۳۴	۸,۲,۱,۱ انتخاب مدل های طراحی
۵۳۴	۸,۲,۱,۲ تخمین پاسخ و دور اول طراحی یک میراگر
۵۴۲	۸,۲,۲ تخمین پاسخ
۵۴۲	۸,۲,۲,۱ معادله حرکت

۵۴۶ارزیابی مجدد پاسخ	۸,۲,۲,۲
۵۴۶مسائل طراحی	۸,۲,۳
۵۴۶SDOF های سیستم	۸,۲,۳,۱
۵۵۰MDOF های سیستم	۸,۲,۳,۲
۵۵۱خلاصه	۸,۲,۳,۳
۵۵۲مشخصات فنی میراگر	۸,۲,۴
۵۵۲پارامترهای اساسی	۸,۲,۴,۱
۵۵۶انتخاب میراگرهای دو خطی	۸,۲,۴,۲
۵۵۶روش سیستم های خطی معادل با میراگرهای زیرخطی	۸,۳
۵۵۶تعریف کلی	۸,۳,۱
۵۵۷تخمین پاسخ و دور اول طراحی میراگر	۸,۳,۱,۱
۵۵۸تخمین پاسخ	۸,۳,۲
۵۵۸محاسبات شکل مود	۸,۳,۲,۱
۵۵۸ارزیابی مجدد پاسخ	۸,۳,۲,۲
۵۶۲خلاصه طراحی ساده شده	۸,۳,۲,۳
۵۶۳مسائل طراحی	۸,۳,۳
۵۶۳SDOF: مود موثر	۸,۳,۳,۱
۵۷۰MDOF های سیستم	۸,۳,۳,۲
۵۷۲مشخصات فنی میراگر	۸,۳,۴
۵۷۲روش طیف پاسخ غیرخطی با میراگرهای زیرخطی	۸,۴
۵۷۲توصیف کلی	۸,۴,۱
۵۷۲پارامترهای کنترل و طیف پاسخ	۸,۴,۱,۱
۵۷۲تخمین پاسخ	۸,۴,۲
۵۷۵درون یابی های خطی	۸,۴,۲,۱
۵۷۷MDOF های سیستم	۸,۴,۲,۲
۵۷۸مسائل طراحی	۸,۴,۳
۵۸۳روش طیف پاسخ غیرخطی با میراگرهای دو خطی	۸,۵
۵۸۳توصیف کلی	۸,۵,۱
۵۸۳میرایی مکمل و سازه های غیرالاستیک	۸,۵,۱,۱
۵۸۴طراحی بر تغییرمکان	۸,۵,۱,۲
۵۸۷تخمین پاسخ	۸,۵,۲

۵۸۷	مرور	۸,۵,۲,۱
۵۸۸	تخمین پاسخ بر اساس طیف دو خطی	۸,۵,۲,۲
۵۸۹	طیف طراحی دو خطی	۸,۵,۲,۳
۶۰۳	مسائل طراحی	۸,۵,۳
۶۰۵	خلاصه	۸,۶
۶۰۶	تصمیم گیری ابتدایی	۸,۶,۱
۶۰۶	طراحی میرایی اولیه	۸,۶,۲
۶۰۶	تخمین پاسخ با مدل مناسب برای میرایی	۸,۶,۳
۶۰۶	پارامترهای یک سیستم SDOF	۸,۶,۳,۱
۶۰۷	تابع شکل و ضریب مشارکت مودی	۸,۶,۳,۲
۶۰۷	تکرار سعی و خطا	۸,۶,۳,۳
۶۰۷	انتخاب دستگاه میراگر	۸,۶,۴
۶۰۸	مراجع و مآخذ	
۶۰۹	واژه نامه تخصصی (انگلیسی به فارسی)	

مقدمه مترجمان:

کتاب پیش رو از جمله کتب تخصصی در زمینه دینامیک سازه و میرایی سازه ای می باشد. این کتاب در اول در حدود ۲۰ سال پیش به صورت ۳ جلدی توسط همین اساتید در دانشگاه Buffalo در NCEER منتشر شده بود و پیش از سال ۲۰۱۲ می بایستی از آن مراجع برای این اطلاعات استفاده می نمودیم. در سال ۲۰۱۲ این کتاب منتشر گردید و مطالب تکمیلی نسبت به ۳ جلد مذکور در خود داشت. الآن که در انتهای سال ۲۰۲۲ هستیم حدود ۱۰ سال از انتشار این کتاب می گذرد، اما نگرانی بابت قدیمی شدن مطالب وجود ندارد، زیرا این کتاب بر اساس منطق ریاضی و گردآوری مطالب بسیار گسترده دینامیک سازه و زلزله تهیه گردیده و تا کنون مطلب کاملتری از آن منتشر نشده است. جالب آنکه اگر ما آنرا ترجمه نمی کردیم، کسی به سراغ آن نمیرفت! ترجمه این کتاب چیزی در حدود ۱۷ ماه طول کشید و این افتخار را داریم که یک کتاب کاملاً تخصصی و مکمل در تحصیلات تکمیلی برای علاقه مندان رشته های مهندسی زلزله و سازه را ترجمه و تقدیم حضور دوستان بنماییم. این کتاب در واقع یک کتاب تخصصی دینامیک سازه ها می باشد که در حوزه کنترل ارتعاشات بسیار ارزشمند و مطالب آن مفید است.

اساتید نویسنده و ویراستار این کتاب در سطح و تراز اول جهان در این مباحث می باشند و مجموعه کتب ارزشمندی در این زمینه کار کرده اند. دکتر George C. Lee استاد برجسته دانشگاه SUNY، دکتر Zach Liang، Gary F. Dargush و Jianwei Song اساتید به نام دانشگاه Buffalo و دکتر Franklin Cheng که سرپرست ویراستاری این کتاب را به عهده داشتند، ایشان استاد برتر، محقق و مولف در زمینه مهندسی سازه، زلزله و دینامیک سازه های می باشند که هر محقق اسم ایشان، مقالات و کتب تخصصی ایشان را مطمئناً شنیده است. اساتید نام برده شده در زمینه تئوری و عملی حق بزرگی به گردن جامعه مهندسی عمران جهانی دارند و تحقیقات زیادی را صورت سالانه انجام داده و می دهند. همچنین انتشارات CRC یکی از معتبرترین نشرهای تخصصی دانشگاهی در زمینه مهندسی سازه و زلزله می باشد که هر کتابی را چاپ و نشر نمی دهد.

کتاب پیش رو از ۳ بخش کلی سیستم های ارتعاشی، اصول و راهنمای برای کنترل میرایی و طراحی میراگرهای الحاقی (تکمیلی) تشکیل شده است. کتاب از ۸ فصل جداگانه که کاملاً به همدیگر مرتبط می باشند تشکیل شده است که شامل فصول زیر می گردد:

فصل ۱: ارتعاش آزاد و هارتکین (همساز) سیستم های دارای تک درجه آزادی، فصل ۲: سیستم های با چند درجه آزادی با تهییج دلخواه، فصل ۳: سیستم های خطی متناسب شده میرا شده با چند درجه آزادی، فصل ۴: سیستم های چند درجه آزادی (MDOF) با میرایی عمومی، فصل ۵: اصول طراحی

میراگر، فصل ۶: غیرخطی سازی سیستم و میرایی سازه های نامنظم، فصل ۷: طراحی میرایی خطی، فصل ۸: میرایی غیرخطی

برای مطالعه این کتاب باید توجه داشته باشیم که مباحث تخصصی نیازمند پیش نیاز مطالعاتی دارد، بنابراین دانشجویان فوق لیسانس و دکتری یا محققین و علاقه مندان گرامی، با مطالعه بر روی دروس ریاضیات عالی مهندسی، تحلیل ماتریسی سازه ها، دینامیک سازه ها، مهندسی زلزله و در صورت امکان ارتعاشات تصادفی، بهره لازمه از این کتاب را می توانند ببرند. پیش از مطالعه این کتاب از خواننده محترم تقاضای مطالعه دیکشنری تخصصی انگلیسی به فارسی در انتهای کتاب را داریم، بنابراین در هنگام مطالعه کتاب شاید برخی عباراتی که مجبور به معادل سازی آنها در زبان فارسی شدیم به چشم آشنا بیاید و از سنگینی بحث بکاهد.

در این ۷ سال، کانال تلگرامی جداسازی لرزه ای، سیستم های میرایی (میراگر) انرژی و کنترل ارتعاشات به آدرس @Seismicisolation با بیش از ۱۵۷۰۰ مرجع به روز در رابطه با جداساز لرزه ای و میراگرهای انرژی، سازه، زلزله و ژئوتکنیک به همراه اصل مراجع انگلیسی و کتب مورد استفاده برای ترجمه این کتاب در آن موجود است که مخاطبین محترم می توانند از آن استفاده نمایند. این کتابخانه علمی، در زمینه تخصصی مورد پوشش خود، کاملترین کتابخانه فنی در دنیا به زبان انگلیسی می باشد. نسخه لاتین کتاب پیش رو به همراه هزاران منبع دیگر در کانال مذکور وجود دارد. در اوج دوران تحریم و کاستی ها، این کتابخانه تخصصی در خدمت تمامی عزیزان داخل و خارج کشور به صورت رایگان بوده است و تمامی اساتید و اهل فن با این کانال آشنایی دارند و آنرا به دانشجویان و محققان برای استفاده از منابع معرفی می نمایند.

ما نهایت تلاش شبانه روزی چندین ساله خود را برای کمک به مخاطبین محترم و ارتقاء سطح علمی کشورم در این سال ها بدون ریالی منفعت مالی در نشر دانشگاهی فرهمند انجام داده ام و امیدوارم از خروجی این مطالب به صورت علمی در پژوه های اجرایی کشور، خصوصاً توسط نسل جوان و با پتانسیل بالا مورد استفاده قرار گیرد. با ترجمه این آثار، از زندگی شخصی و جوانی مان زده ایم تا بتوانم این مراجع را تقدیم جامعه مهندسی عمران کشور نمایم و حس دین به گردنم به کشورم را ادا نمایم. زمانی و انرژی که بنده و همکارانم برای پدید آوردن و گردآوری این منابع می گذاریم با هیچ پولی قابل پرداخت و جبران نیست. فلذا امیدوارم، سخن کز دل برآید لاجرم بر دل نشیند.

در این جا بر خود لازم می دانم از مهندس علی حیدری (دوست ارزشمندم) که با تلاش زیاد در برگردان متون به فارسی زحمات زیادی را متقبل شده اند و آقای علیرضا فرهمندزادگان که زحمات کارهای گرافیکی و صفحه آرایی این اثر را کشیده اند و همیشه حامی ما در چاپ این آثار بوده اند، نهایت تشکر را بنمایم.

لطفاً برای انتقال پیشنهادات و انتقادات از طریق انتشارات فرمند به آدرس @farhamandpress یا کانال تلگرامی جداساز لرزه ای به آدرس @Seismicisolation یا آی دی تلگرامی @AlirezaSalehin در ارتباط باشید.

با بخشی از غزل استاد سخن، سعدی شیرازی این مقدمه را به پایان می رسانم.

حاصل عمر تلف کرده و ایام به لغو
گذرانیده، به جز حیف و پشیمانی نیست
سعدیا گرچه سخندان و مصالح گوی
به عمل کار برآید به سخندانی نیست

مهندس علیرضا صالحین، مهندس علی حیدری

زمستان ۱۴۰۱

مقدمه نویسندگان

امروزه، تحقیق در رابطه مهندسی زلزله، به اختصاص دادن زحمت و تلاش فراوان در مسیر پیوند الزامات عملکردی لرزه ای با تغییرشکل های بزرگ غیر الاستیک سازه ای می باشد. در همان زمان، سیستم های اصلاح پاسخ سازه ای (مشخصاً، سیستم های جداساز لرزه ای و اتلاف انرژی لرزه ای) به نحو گسترده ای مورد استفاده قرار گرفت. این انتظار بخردانه است که تمرکز تحقیق آتی در مهندسی بر اساس عملکرد، تلفیق نمودن مرزها برای عملکرد لرزه ای بهینه سازه ها باشد. مادامی که ایمنی، کارایی و هزینه برای دو مولفه تغییرشکل غیرالاستیک و کنترل پاسخ سازه ای مورد توجه باشد، میرایی سازه ای هسته اصلی حوزه این دانش می گردد. در این کتاب، پیشرفت های اخیر در میرایی سازه ای ارائه گردیده و کاربرد آنها در طراحی تجهیزات اصلاح پاسخ لرزه ای غیرفعال، به عنوان مکملی برای عمل به طراحی میرایی الحاقی برای میرایی با سطح بالا ارائه می گردد. به تلفیق با الزامات لرزه ای در این کتاب پرداخته نمی شود.

طراحی مقاوم لرزه ای با استفاده از میراگرهای الحاقی در زمینه حرفه مهندسی زلزله به طور گسترده و پیوسته ای در دهه های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. موارد عملی زیادی از کاربرد میراگرهای مختلف در سرتاسر دنیا، منجمله ایالات متحده آمریکا مورد استفاده قرار گرفته و طراحی میراگرها در ساختمان دارای بخشی ویژه در آیین نامه ها قرار گرفته است. امروزه، ابتداً طراحی میرایی بر اساس مفاهیمی از معادله انرژی، میرایی تناسب بندی شده موثر و طیف پاسخ خطی سیستم های تک درجه آزادی (SDOF) ساده سازی شده بنا نهاده شده است. این مفاهیم، همراه با فرضیات مربوط به آنها در این رابطه، این ایده را پشتیبانی می نمایند که نصب میراگرهای الحاقی در سازه ها، انرژی را مستهلک می نماید. میرایی غیرخطی با استفاده از تمهیدات خطی سازی یک نسبت میرایی موثر ارائه گردیده و برای تدوین روش طراحی میرایی اینطور فرض شده است که ضرایب میرایی سازه ها به صورت ماتریس های میرایی کلاسیک باشند. بعلاوه، اینطور فرض گردیده که شیوه های عملکرد احتمالاتی مورد استفاده برای رکوردهای زلزله را می توان از طریق مقیاس سازی تناسب بندی شده با دامنه آنها انجام داد.

این فرضیات این امر را برایمان میسر نموده است که برای طراحی میراگرهای الحاقی، یک روش طراحی را توسعه دهیم. البته این امر هنوز کاملاً به درستی درک نشده است که زمانیکه مقدار میرایی سازه ای در یک سطح مشخص کم باشد، برخی از این فرضیات به خوبی کار نمایند. هدف اصلی ابتدایی این کتاب فراهم آوردن بستر تئوریک در رابطه با میرایی در پاسخ دینامیکی سازه ها می باشد، به خصوص هنگامیکه سطح میرایی بالا بوده یا هنگامیکه غیرخطی بودن مقوله مهمی در طراحی باشد. هدف اصلی دوم این

کتاب فراهم آوردن اصول طراحی بر اساس طیف پاسخ و راهنمایی برای کاربردهای عملی تجهیزات میرایی برای کاهش ارتعاشات سازه ای ناشی از زلزله می باشد.

به طور کلی، پاسخ سازه های تحت تهییج لرزه ای، پردازش های دینامیکی می باشند. ۳ مولفه مقاوم در برابر بار زلزله وجود دارند که یکی از آنها نیروی میرایی می باشد. مادامی که تکنولوژی میرایی توسعه و پیشرفت داشته در مهندسی هوافضا و مکانیک در چند دهه اخیر، در میان مهندسی سازه نیز این علم محبوب شده و بخشی از تکنولوژی همراه با سازه های قرن بیست و یکم.

مادامی که توسعه و کاربرد تجهیزات اتلاف انرژی در مهندسی سازه رو به گسترش است، جمعی از مسائل و مباحث پایه ای مربوط به رفتار دینامیکی سازه های مجهز به میرایی الحاقی به عنوان یک سامانه، وجود دارد که نیاز به مطالعات و بررسی بیشتری دارد. محدودیت ها تاثیرات استفاده از تجهیزات اتلاف انرژی می بایستی مشخص و مقرر گردند. نیت این کتاب پر نمودن شکاف دانشی بوسیله کمک نمودن به مهندسان زلزله برای درک بهتر رفتار دینامیکی سازه ها و استفاده موثرتر آیین نامه های طراحی برای میراگرها می باشد.

بخشهای های کلیدی کتاب پیش رو در زیر خلاصه شده اند:

مفهوم سرراست تعریف طراحی میرایی " اتلاف انرژی بیشتر بوسیله افزودن میراگرها منجر به کاهش ارتعاشات انرژی باقی مانده در سازه می گردد، و بنابراین پاسخ سازه ای کاهش خواهد یافت " می باشد. که البته این عبارت همیشه صحیح نمی باشد. درجه ای بالا از میرایی در کاهش پاسخ سازه موثر نخواهد بود. در برخی از موارد، میرایی با سطح بالا، حتی می تواند پاسخ ها را تقویت نماید، بدین علت که سطح پاسخ سازه ای صرفاً به اتلاف انرژی موضعی (Local) ندارد، بلکه به انرژی ورودی و بازتوزیع آن نیز تاثیر گذار است. بنابراین، کمینه کردن انرژی پاستار سیستم مرتعش در سازه با میرایی الحاقی به طور کل و در اصل مناسب تر می باشد.

برخی مباحث بنیادین و پایه ای دیگر در رابطه با میرایی سازه ای به دقت مورد بررسی قرار گرفته است. این موارد شامل اصل ماکزیمم سازی اتلاف انرژی تحت حضور نیروی میرایی و تغییر مکان سازه ای مجاز می باشد، سازگاری اتلاف انرژی تجهیزات که می توانند در دامنه دینامیکی بزرگی در بارهای زلزله عمل نمایند، رفتار ویسکوالاستیک هر المان میرایی که سختی پشتیبان را فراهم می آورد به همراه در نظر گرفتن مسائل نصب آنها، میرایی تناسب بندی نشده که در طراحی واقعی می بایستی تا حد امکان کمینه گردد، محدودیت استفاده از نیروی میرایی که یک محدودیت مهندسی اجرایی فراتر از آنچه افزودن میرایی بیشتر ارائه می کند، مزیتش را از بین می برد و مشکل غیرخطی شدن میرایی و سختی که نمی توان آنرا با روش های طراحی امروزی به دقت تخمین زد. بعلاوه، یک اصل طراحی بر اساس انتشار انرژی مورد بحث قرار گرفته است، که به نحو مفیدی برای سیستم های چند درجه آزادی بکلی میرا شده (Generally damped MDOF) می تواند مورد استفاده قرار گیرد.

خصوصیات میرایی غیرخطی و سازه های غیرخطی در طراحی میرایی امری پیچیده می باشند. در این کتاب، غیرخطی شدن در ۳ مورد در نظر گرفته می شود. مورد اول شامل یک سازه خطی یا میرایی غیرخطی کوچک می باشد، مورد دوم برای سازه خطی با میرایی غیرخطی بزرگتر و سومین مورد متعلق به زمانی است که هر دوی سازه و میرایی غیرخطی می گردند. در رابطه با مورد اول، از آنجا که نیرویی میرایی کوچک است، تقریباً هر مدلی از خطی سازه را بدون تناقض و مشکل خاصی در طراحی می توان در نظر گرفت. در رابطه با مورد دوم، باید در انتخاب روش مناسب خطی سازی دقت نمود، استفاده از طیف طراحی غیرخطی را معمولاً می توان یک روش طراحی منطقی در نظر گرفت. در حالت سوم، روش های خطی سازی به نحوی که در بسیاری از آیین نامه های ساختمانی پذیرفته شده اند، نتایج بسیار غیر دقیقی را می توانند به همراه داشته باشند. روش هایی مانند روش تغییرمکان معادل (با استفاده از ضریب R)، روش انرژی معادل و روش پوش آور (بار افزون)، همگی محدودیت های خود را دارند. از آنجا که روش طیف طراحی غیرخطی نیازمند طیف پاسخ های بسیار زیادی می باشد (نه تنها برای سختی و میرایی مشخصه)، بلکه برای سطوح مشخصی از تهییج زمین، این روش در عمل کاربردی نمی باشد. بنابراین می بایستی از روش تحلیل تاریخچه زمانی استفاده نمود. آخرین روش ذکر شده با آنکه همیشه برای دو مورد اول قابل استفاده می باشد، دارای محاسبات بسیار سنگین و زمانبر می باشد و بنابراین برای استفاده روزمره در طراحی های عملی جذاب نمی باشد. بدین دلیل، روش تحلیل تاریخچه زمانی در بخش های این کتاب مورد توجه و بحث قرار نمی گیرد.

دو مدل روش طراحی در این کتاب آورده شده است. روش نخست طیف پاسخ طراحی می باشد. به خصوص، این روش بوسیله ضریب ساده کننده اصلاح گردیده که آن طیف های نسبت میرایی چند مورد ارتعاشی اول سازه می باشد. برای خوانندگان آشنا به روش طیف پاسخ طراحی برای یک سیستم تک درجه آزادی، هنگامیکه میرایی کوچک بوده و پاسخ های سازه ای در محدوده ارتجاعی می باشند، این روش یک طراحی مناسب است. روش اصلاح شده مواردی را نشان می دهد که در آنها میرایی بزرگتر و غیرخطی می باشند. در این رابطه نیز مثال هایی آورده شده است.

نوع دوم طراحی میرایی هنگامیکه مواردی حائز اهمیت باشد، بر اساس روش تحلیل تاریخچه زمانی است. این مورد حائز اهمیت عبارتند از چگونگی انتخاب و مقیاس نمودن رکورد های زلزله سازگار با طیف پاسخ باشد، دقت مدلسازی میراگرها همچنانی که سیستم سازه-میراگر هر دو سیستم های الاستیک یا غیرالاستیک باشند و تفسیر تحلیل های تاریخچه زمانی و مقادیر حداکثر.

مسائل زیادی در رابطه با میرایی بزرگ در طراحی سیستم های محافظ در برابر زلزله وجود دارد. برخی از آنها شامل تئوری های پایه ای می باشند، مادامی که سایر موارد به جزئیات اجرایی بر می گردند (از جمله نصب تجهیزات میرایی). در این کتاب، تمرکز اصلی ابتدا بر روی مسائل پایه ای و بنیادی است. بر مبنای اصول پایه ای تشریح نکات فنی و روند طراحی مرحله به مرحله توسعه داده شده است. این موارد بنیادین به مواردی که در آنها گستره اصول دینامیک سازه ها محدود شده است، علاوه بر این توجه به مواردی همچون انتخاب میراگر، مشخصات میراگر و نصب آنها نیز باید صورت گیرد.

ساماندهی این کتاب به شرح پیش رو می باشد. بخش نخست یک پایه و اساس برای سیستم های چند درجه آزادی به کلی میرا شده را با تاکید بر نیروی میرایی، اتلاف انرژی و امپدانس سازه ای (که در دینامیک سازه ها و کنترل میرایی پر اهمیت می باشد) فراهم آورده است. در فصل ۱، موارد پراهمیت پیش زمینه سیستم های تک درجه آزادی خطی شامل مفاهیم فرکانس طبیعی و نسبت میرایی معرفی گردیده اند. ارتعاشات آزاد و اجباری هارتکین مورد بحث قرار گرفته اند و مفاهیم نیروی میرایی و اتلاف انرژی به نحو سیستماتیک توضیح داده شده اند. تاثیر میرایی بر ارتعاشات آزاد و هارتکین مرور شده است. میرایی موثر (به نحوی که توسط تیموشنکو به صورت سیستماتیک توصیف گردیده بودند) فرمول پایه ای می باشد که برای در حال حاضر برای طراحی میراگر مورد استفاده قرار می گیرد. این مفهوم تحلیل شده و بر پایه یک روش بر اساس نیرو جایگزین برای خطی سازی میرایی نیز مهیا گردیده است. در بخش ۲، تهییجات فرضی برای سیستم های یک درجه آزادی شامل تهییجات پریودی، گذرا و تصادفی در نظر گرفته شده و این ۳ تهییج فرضی و پاسخ های متعاقب سیستم ها و ابزار ریاضیاتی تک درجه آزادی آنها معرفی گردیده اند. به طور مشخص، سری های فوریه و تبدیلات فوریه/لاپلاس که روش های (رهیافت های) پایه برای ارائه سیگنال های ارتعاشی می باشند، مرور گردیده اند. تبدیلات انتگرالی، در نظر گرفتن یک ایده متفاوتی را مجاز می شمارند. اینطور است که نگاه در دامنه فرکانسی به عنوان یک مدل ارتعاشی مودال مشاهده می شود، از آنجا که پاسخ مستقیم سیستم، مدل پاسخ در دامنه زمان (Time Domain) را فراهم می آورد. بعلاوه، برای به حساب آوردن ارتعاشات تصادفی، مفاهیم تحلیل همبستگی و تحلیل طیفی ارائه می گردند. این ابزار ریاضیاتی ضروری در مابقی کتاب به خدمت گرفته می شوند. در آخرین بخش این فصل، پاسخ زلزله با تمرکز عمده بر طیف پاسخ مورد بحث قرار می گیرد. مجدداً، تاثیر میرایی نیز مورد توجه قرار می گیرد.

در فصل ۳، سیستم های چند درجه آزادی خطی با میرایی نسبت بندی شده تعریف می شوند. نخست، سیستم میرانشده مورد آزمون قرار گرفته و روش پایه ای تجزیه ویژه (eigen-decomposition) در نظر گرفته می شود. مفهوم خارج قسمت رایلی (Rayleigh quotient) به عنوان اساس تحلیل مودال معرفی گردیده است. آنگاه، پیرو تحلیل مودال و تجزیه سیستم (system decoupling) میرایی تناسب بندی شده (proportional damping) مورد بحث قرار گرفته است. برای کاربردهای عملی، مشارکت مودی، برش مودی (modal truncation) و تخمین پارامتر مودال و همچنین چندین شکل از ماتریس های میرایی تناسب بندی شده ارائه شده است.

سیستم هایی با میرایی تناسب بندی نشده و بیش میرا شده در فصل ۴ مورد بحث قرار گرفته اند. با وجود اینکه بیشتر سازه ها کم و بیش به طور کلی میرا شده اند، صرفاً معادلاتی که جنبه عملی دارند، معرفی شده اند. توسعه های تئوریک سیستم های چند درجه آزادی عمومی میرا شده (generally damped MDOF systems) در این ژرفای با اهمیت پوشش داده نشده اند، اما در مراجع دیگری

همچون Liang 2007 موجود می باشد. بعلاوه، توضیحات برای کاربرد مهندسی اصول تئوریک و مثال های طراحی نیز گرد آوری شده اند.

بخش دوم، برخی اصول و راهنماهایی برای طراحی کنترل میرایی را معرفی می نماید. تمرکز بر روی استفاده از نیروی میرایی به صورت دقیق تر و موثرتر در طراحی سازه هایی با میرایی الحاقی (تکمیلی) می باشد. در فصل ۵، اصول بنیادین طراحی میراگر و تجهیزات میرایی و غیره اراده شده اند. گروه اول اصول با میراگرهای مختلف پیوند دارند. این امر شامل مدلسازی عمومی نیروی میرایی میراگرها و پارامترهای میرایی سازه ها با میراگرها الحاقی (افزوده) می باشد. نسبت میرایی موثر تیموشنکو مورد استفاده به صورت متداول بر اساس انرژی و یک روش جایگزین برای نسبت میرایی موثر بر اساس نیروی میرایی می باشد. ماکزیمم انرژی اتلاف شده برای هر تجهیز (میراگر) در سیکل که به قانون مستطیلی (شکل) منتهی می گردد، یک روش طراحی میرایی بهینه و حد بالایی (upper limit) برای کنترل ارتعاشات را مهیا می نماید. تطبیق پذیری میرایی (damping adaptability) یک قاعده پایه ای دیگر برای انتخاب میراگر می باشد را ارائه می نماید. نسبت میرایی از پارامترهای فیزیکی سیستم کلی و تاثیر پارامترهای سازه ای در تاثیرگذاری بر نسبت میرایی تاثیر گرفته است. شباهت و تفاوت طیف پاسخ و سختی دینامیکی که یک قاعده جایگزین را علاوه بر طیف پاسخ (به عنوان ضابطه طراحی) را فراهم آورده و رابطه بین میرایی و سختی که معمولاً در طراحی میراگرها در عمل از آن چشم پوشی می گردد.

فصل ۶ ادامه ای از بحث اصول طراحی می باشد، اما تمرکز بر روی غیرخطی شدن و نامنظمی میرایی کل سیستم سازه های با میرایی الحاقی می باشد. جنبه های مثبت و منفی روش های طراحی میراگر ساده سازی شده که در حال حاضر مورد استفاده می باشند، معرفی و مورد بحث قرار گرفته است. در روش طراحی ساده سازی شده، طراحان الزامی به بدست آوردن اشکال دقیق مودی برای مودهای بالاتر از مود غالب را ندارند، نه اینکه شکل مود اول را به دقت حساب نمایند. در هر حال، برای سیستم هایی با میرایی بزرگتر توجه ویژه ای را می بایستی به کار بست. این توجهات ویژه منتج به اصلاحات روش ساده سازی شده مورد استفاده بر اساس طیف پاسخ طراحی می گردد. این اصلاحات پیشنهادی در ضوابط NEHRP 2009 ارائه گردیده و در بخش ۳ مورد بحث قرار گرفته است.

به طور کلی، بخش ۳ روش های طراحی با جزئیات بیشتری را بر اساس دسته بندی مشخص تجهیزات میرایی فراهم آورده است. در این کتاب، میراگرها بر اساس خطی بودن و نرخ وابستگی آنها دسته بندی شده اند تا توسعه بیشتر راهنماهای طراحی در یک راستای منطقی (به جای وابستگی آنها به تغییر مکان یا سرعت) تسهیل گردد. فصل ۷ به میرایی خطی و میرایی غیرخطی خطی شده می پردازد. هنگامیکه میرایی الحاقی به اندازه کافی بزرگ نیست، این روش (به حفظ دقت بالا) قویاً می تواند حجم محاسبات را کاهش دهد. روش طراحی ساده سازی شده آیین نامه های متداول توضیح داده شده است. مادامی که منطق طراحی کمابیش همانند همین آیین نامه ها باشد، اینطور تخمین زده می شود که پیشرفت هایی

در روند طراحی حاصل گردد. بخش اول فصل ۷ ارائه دهنده یک روش برای استفاده سیستم های تک درجه آزادی می باشد که مستقیماً به طیف طراحی مرتبط می باشد. این روش اساس سرتاسر پردازش طراحی ساده سازی را ارائه می نماید، بعلاوه، تخمینی اولیه از مقدار میرایی الحاقی که می بایستی مورد استفاده قرار بگیرد را محیا می کند. سازه های چندین طبقه تک پیودی (MSSP) و چند مودی به عنوان پلتفرم اصلی برای توسعه راهنماهای طراحی معرفی می گردند. بخش ۷ همچنین در رابطه میرایی خطی عمومی بیشتر خواهد پرداخت.

هنگامیکه میرایی مکمل به اندازه کافی بزرگ باشد که از ایرادات معرفی شده در بخش پردازش خطی سازی جلوگیری نماید، میرایی غیرخطی را می بایستی در نظر گرفت. این امر در فصل ۸ مورد ارزیابی قرار گرفته است. یک نمونه پاسخ غیرخطی در رابطه فرم متوازی الاضلاع نیرو-تغییر مکان به عنوان میراگر دو خطی ارجاع داده شده است. برای تخمین پاسخ های سازه ای، طیف پاسخ سازه ای دو خطی مخصوص مورد استفاده قرار می گیرد. بعلاوه برای به دست آوردن محورهای پاسخ سیستم های چند درجه آزادی غیرخطی، تفکیک شتاب و تغییر مکان اجرا شده و ترکیب چند مود موثر اول بدست می آید. در فصل ۸، یک مدل مهم دیگر میراگر (میراگر زیرخطی) با استفاده از طیف پاسخ زیرخطی مورد بحث و توضیح قرار گرفته است. برخلاف میرایی دو خطی، که در آن تمامی مودهای موثر مورد نظر را می توان دو خطی درآورد، میرایی زیرخطی به ندرت اطلاعات دقیق برای مودهای بالاتر را ارائه می نماید. بنابراین، یک روش جایگزین برای یک سیستم چند درجه آزادی خطی معادل که احتمالاً بکلی میرا شده است، مورد استفاده قرار می گیرد. مراحل طراحی همراه با جزئیات بر اساس نرمالیزه کردن شکل مود (اندیس های بکلی میرا شده) و محاسبه پاسخ، همچنین انتخاب مشخصات میراگر مورد بحث قرار گرفته است. برای سیستم های زیرخطی، یک روند طراحی تکرار شونده برای سازه میرا شده غیرخطی نیز بحث گردیده است. این امر نیازمند شناسایی مدل، طراحی اولیه و تخمین پاسخ می باشد. توجه داریم که تخمین بر پایه طیف پیشنهاد شده در این فصل محاسبات ساده سازی شده حجم محاسباتی به طور ملاحظه ای کمتر را ارائه نموده است. این روش طراحی می بایستی برای اطمینان بیشتر، موثرتر شدن استفاده از میراگر و بهینه سازی هزینه، با روش تحلیل تاریخچه زمانی مورد استفاده قرار گیرد.

موارد پوشش داده شده در بخش ۳ ناقص می باشند. بیش از اینها مطلب برای بررسی وجود دارد. از آنجا که بیشتر متخصصین طراحی با آیین نامه های طراحی (مانند NEHRP 2009) آشنایی دارند، یک روشی که در ضوابط NEHRP با توصیه ها و یادداشت ها همراه است را در مطالب فصول ۷ و ۸ گنجانده ایم. این امید می رود که اطلاعات ارائه شده به عنوان مکملی برای ضوابط موجود NEHRP مورد استفاده قرار گیرد. واضح است که چالش های تحقیقات و توسعه زیادی در جامعه محققین مهندسی زلزله و گروه های مولف حرفه ای آیین نامه ها هنوز باقی مانده است. این کتاب امیدوار است که برای روشن نمودن برخی از تحقیقات مورد نیاز در آینده مفید واقع گردد.

مطالب گردآوری شده در این کتاب به مرور توسط نویسندگان در طی ۲۰ سال اخیر با همبستگی فعالیت های تحقیقاتی با NSF و FHWA از طریق NCEER و بعد از آن از طریق MCEER (وابسته به دانشگاه Buffalo) صورت گرفته است. در ادامه نویسندگان از افراد ارزشمند زیر برای همکاری و توسعه علمی و عملی در رابطه با موضوع این کتاب تقدیر و تشکر ویژه ای را می نماید:

Samuel P. Capen (University at Buffalo), professors Joseph Penzein (University at California, Berkeley) and Masanobu Shinozuka (University of California), Irvine (University at Buffalo) professors Michael Constantinou, Andre Filiatrault, Andrei Reinhorn, T. T. Soong, and Andrew Whittaker (University at Buffalo) Jane Stoyale Welch, Shuchuan Zhang, Nasi Zhang, Yihui Zhou, Hao Xue, Dezhang Sun, and Chao Huang.

Zach Liang, George C. Lee, Gary F. Dargush, and Jianwei Song

University at Buffalo

State University of New York

بخش اول:

سیستم های ارتعاشی

در بخش اول، مفاهیم اساسی برای مدلسازی سازه ها تحت تهییج دینامیکی ارائه می گردند. سیستم های سازه ای بواسطه مدل های با تک و چند درجه آزادی تحت تهییج های آزاد و اجباری در نظر گرفته می شوند. مسئله مقادیر ویژه مربوطه تا حدی هم برای موارد میرایی متناسب و هم غیرمتناسب آزموده می شوند.

بخش ۱ تئوری های ضروری و فرمولی را برای طراحی میراگر ارائه می نماید. برای توصیف متقارن مفهوم اساسی دینامیک سازه ای، بویژه برای سیستم با چند درجه آزادی با میرایی بزرگ، مصالح بحث شد طوری چیده می شوند که از منطق خود-تکاملی در هر دو نظریه ریاضی و ارتعاش تبعیت کنند.

فصل اول:

ارتعاش آزاد و هارتکین (همساز)

سیستم های با تک درجه آزادی^۱

تمرکز اصلی این کتاب روی نظریه، اصول و روش های طراحی تکنولوژی های تشدید پاسخ زلزله یا سیستم های حفاظتی زلزله است. بویژه، تاکید خاصی روی کاربرد تجهیزات میرایی متنوع در کنترل ارتعاش لرزه ای سازه های مهندسی عمران وجود دارد. در این فصل، برخی مفاهیم اساسی و معادلات حاکم سیستم های با تک درجه آزادی بازبینی می شوند که بطور کل بعنوان دانش پایه برای مفاهیم پیشرفته میرایی و دینامیک سازه ای استفاده می شوند. در حالی که سعی شده تا حد ممکن این ارائه جامع باشد، برخی توضیحات جزئی که در کتاب های مرجع دینامیک سازه ای استاندارد یافته می شوند، در این کتاب نیامده است (Inman 2007; Chopra 2006; Clough and Penzein 1993).

۱،۱ مدل سیستم های ارتعاش خطی SDOF

۱،۱،۱ معادله حرکت و پارامترهای اساسی دینامیکی

هنگامیکه یک سازه یا سیستم تحت اثر بار دینامیکی قرار دارد، که تحت اثر بار متغیر با زمان است، دارای پاسخ های متغیر با زمان خواهد بود. دامنه های پاسبه نه تنها به تهییج های بیرونی بستگی خواهد داشت، بلکه تابعی از خود سیستم خواهد بود. این سیستم دارای سه نوع نیروهای داخلی خواهد بود: نیروی داخلی، نیروی میرایی و نیروی بازگرداننده که ممکن است بطور مفهومی با سیستم خطی میراگر-جرم-فنر ($m-c-k$) نشان داده شده در شکل 1.1a یا یک مدل ساختمان یک طبقه مطابق شکل 1.1b نشان داده شود. بطور کلی، چنین سیستمی که حاوی فقط یک جرم بوده و از این رو فقط یک متغیر تغییر مکان دارد، به عنوان یک سیستم SDOF شناخته می شود. این سیستم ساده دینامیکی محل بحث این فصل است.

۱،۱،۱ تعادل نیروهای ارتعاشی

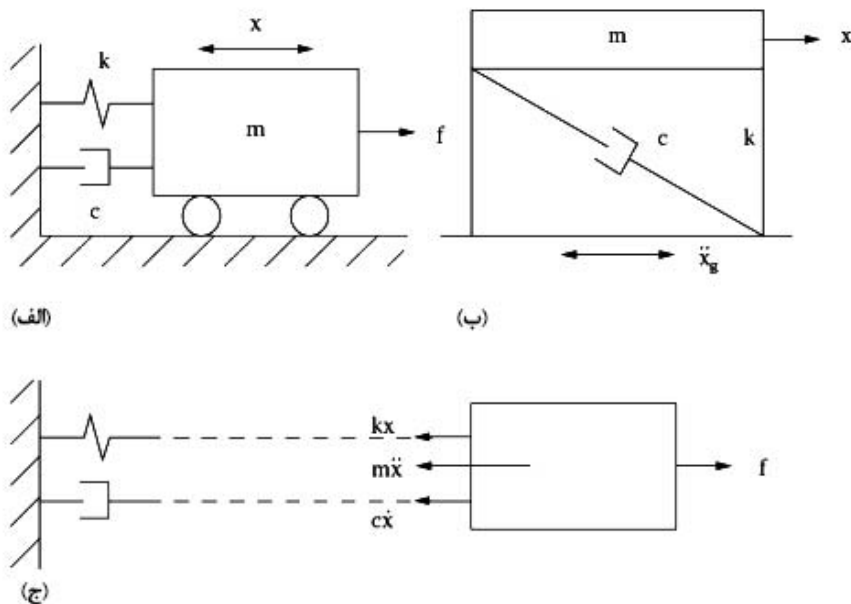
سیستم $m-c-k$ خطی SDOF را می توان مطابق شکل 1.1.c مدل نمود. با استفاده از اصل دالامبر، جمع تمامی نیروهای موثر بر جرم باید در تعادل باشد که در آن با \ddot{x} حاصلضرب جرم m در شتاب به

¹¹ - Single Degree of Freedom (SDOF)

عنوان نیروی اینرسی برخورد می شود. از این رو، از لحاظ ریاضی، ارتعاش خطی SDOF را می توان با معادله حرکت بدست آمده از طریق متعادل نمودن نیروهای مختلف تعریف نمود

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (1.1)$$

M ، C و k به ترتیب جرم، ضریب میرایی ویسکوز خطی و سختی می باشند. فرض می شود که تمامی آنها در معادله ۱،۱ ثابت هستند و اینکه در شکل 1.1b پارامترهای C و k مبین ضریب میرایی و سختی سازه می باشند. در این حال، $\dot{x}(t)$ ، $\ddot{x}(t)$ و $x(t)$ شتاب، سرعت و تغییر مکان می باشند و نشانگر توانی (.) و (̇) به ترتیب نشانگر مشتق جزئی اول و دوم نسبت به زمان t هستند. در سمت راست معادله، $f(t)$ نشانگر تابع موثر خارجی است. در مهندسی زلزله، $x(t)$ نشانگر جابجایی نسبی بین جرم و زمین است. از این رو، شتاب، سرعت و تغییر مکان و تابع اعمال نیرو تماماً متغیرهای زمانی بوده، نماد t در اینجا استفاده می شود. در ادامه، برای سهولت، نماد (t) ممکن است بارها حذف شود. توجه داریم که معادله ۱،۲ یک معادله دیفرانسیل معمولی درجه ۲ خطی با ضرایب ثابت است.



شکل ۱،۱ سیستم ارتعاشی (الف - ج) SDOF

در معادله ۱،۱ سمت چپ از سه نیروی داخلی تشکیل می شود که نیروی خارجی f را متعادل می کنند. جمع نیروی داخلی کلی می تواند f_i نامیده شود، بنابراین:

$$f_i = m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) \quad (1.2)$$

برخی دیگر از گروه بندی های نیروهای ارتعاشی مورد توجه هستند. برای مثال، ترکیب نیروهایی غیر از نیروهای مرتبط با تهییج خارجی و نیروی ایجاد شده توسط شتاب می تواند نیروی سازه ای f_s نامیده شود. بنابراین،

$$f_s = c\dot{x}(t) + kx(t) \quad (1.3)$$

بطور مشابه نیروی اینرسی، بصورت ($m > 0$)

$$f_i(t) = m\ddot{x}(t) \quad (1.4)$$

در مفهوم مهندسی زلزله، $f_i(t)$ نیروی اینرسی ایجاد شده توسط تهییج زمین است. نیروی میرایی را همچنین می توان به شکل میرایی ویسکوز خطی بصورت ($c \geq 0$) نوشت:

$$f_d(t) = c\dot{x}(t) \quad (1.5)$$

به علاوه، فنر خطی یا نیروی بازگرداننده بصورت زیر ارائه می شود ($k > 0$)

$$f_r(t) = kx(t) \quad (1.6)$$

با مقایسه معادله ۱,۵ و ۱,۶ با معادله ۱,۳، مشاهده می شود که نیروی سازه ای ترکیبی از نیروهای میرایی و بازگرداننده است. سختی و میرایی اعضای سازه ای، به همراه میراگرهای الحاقی شده در این نیروی سازه ای مشارکت می کنند. در بخش بعدی، مشاهده خواهد شد که نیروی سازه ای برای مقابله با بار زلزله ایجاد شده بواسطه نیروی اینرسی مطلق، یک مفهوم مهم در طراحی میراگرها استفاده می شود.

۱,۱,۱,۲ پارامترهای اساسی مدل فیزیکی

از آنجا که $m \neq 0$ ، شکل های تکین^۲ و همگن معادله ۱,۱ می تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m}\dot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0 \quad (1.7)$$

از آنجا که هر دوی m و k مثبت هستند، نسبت k به m می تواند بصورت عبارت مشب ω_{2n} ،

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2 \quad (1.8)$$

نوشته شود. عبارت $2\xi\omega_n$ برای اشاره به دو برابر نسبت c/m استفاده می شود. بنابراین،

$$\frac{c}{m} = 2\xi\omega_n \quad (1.9)$$

یا

$$c = 2\xi\omega_n m \quad (1.10)$$

بطوریکه

$$k = \omega_n^2 m \quad (1.11)$$

در اینجا ξ نسبت میرایی و ω_n فرکانس طبیعی زاویه ای سیستم تعریف شده در معادله ۱,۷ است. از رابطه بالا داریم:

^۲ - تکین Monic

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.12)$$

و

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{c}{2\omega_n m} \quad (1.13)$$

طبیعت سیستم $m-c-k$ را می توان بدون در نظر گرفتن نیروی خارجی مطالعه نمود و مدل $m-c-k$ اغلب موسوم به مدل فیزیکی می باشد. علاوه بر فرکانس طبیعی زاویه ای ω_n ، فرکانس طبیعی f_n نیز اغلب برای نشان دادن اینکه چه تعداد سیکل را سیستم در هر واحد از زمان ارتعاش می کند معمولاً به ثانیه، استفاده می شود. بنابراین،

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \omega_n \quad (1.14)$$

در بسیاری موارد، برای سهولت، هنگامیکه ω_n و f_n خیلی نزدیک باشند، فقط بصورت معادله ۱،۱۴ متمایز می شوند. هر دوی آنها به صورت فرکانس طبیعی تعریف می شوند. با این حال توجه داریم که واحد ω_n رایدان بر ثانیه (rad/s) است و f_n ثانیه^{-۱} (1/s) یا هرتز می باشد. F_n دارای واحد ثانیه بود و به عنوان پریود طبیعی تعریف می شود، بنابراین:

$$T_n = 1/f_n \quad (1.15)$$

برای سیستم های SDOF، مشاهده می شود که پارامترهای اساسی ضرایب جرم، میرایی و سختی هستند. البته فرکانس طبیعی در تعریف سیستم ارتعاشی SDOF پارامتر بسیار مهمی است. از معادلات ۱،۸ تا ۱،۱۲ مشخص تر می شود که مقدار فرکانس طبیعی به تنهایی با سختی K تعیین گردیده که به انرژی پتانسیل و جرم m وابسته است که با انرژی سینماتیکی هنگامیکه سیستم ارتعاش می کند، مربوط است. به عبارت دیگر، یک سیستم به علت تبادل انرژی های پتانسیل و سینماتیکی ارتعاش می نماید.

مثال ۱،۱

تصور نمایید که ساختمانی با یک سیستم SDOF میرا نشده مدل گردد. هنگامیکه تجهیزات به وزن ۱۰۰ تن به سمت ساختمان حرکت می کند، پریود طبیعی مربوطه برابر $T_1 = 1.46s$ است. زمانیکه تجهیزاتی به وزن ۱۰۰ تن به داخل حرکت داده می شود، پریود داخلی به ۱،۵ ثانیه افزایش پیدا می کند. جرم و سختی سیستم ساختمانی SDOF را تعیین نمایید؟

جرم و سختی ساختمان با m و k نشان داده می شوند. جرم ۱۰۰ تنی اول با m_1 و کل جرم اضافی ۲۰۰ تنی با m_2 نشان داده می شود. همچنین، فرکانس هاس طبیعی خود ساختمان، ساختمان با جرم اول 100 تنی و ساختمان با جرم اضافی ۱۰۰ تن با ω_n و ω_1 به ترتیب نشان داده می شوند، آنگاه:

$$\sqrt{\frac{k}{m+m_1}} = \omega_1$$

$$\sqrt{\frac{k}{m+m_2}} = \omega_2$$

بنابراین

$$k = (m+m_1)\omega_1^2$$

و

$$k = (m+m_2)\omega_2^2$$

بنابراین از معادلات فوق داریم:

$$(m+m_1)\omega_1^2 = (m+m_2)\omega_2^2$$

یا

$$m = \frac{m_1\omega_1^2 - m_2\omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} = \frac{m_1T_1^{-2} - m_2T_2^{-2}}{T_2^{-2} - T_1^{-2}} = \frac{m_1T_2^2 - m_2T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} = 1,700 \text{ (t)}$$

به علاوه

$$k = (m+m_1)\omega_1^2 = (m+m_1)\frac{4\pi^2}{T_1^2} = 33,343 \text{ (kN/m)}$$

بنابراین، فرکانس طبیعی ساختمان تنها، عبارت است از:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

بصورتیکه

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.7 \text{ (Hz)}$$

مثال ۱,۲

یک ساختمان جداسازی شده لرزه ای را که می تواند به صورت یک سیستم تک درجه آزادی با میرایی کم (underdamped) تصور شود با $K = 19935 \text{ (KN/m)}$ و $m = 2000 \text{ t}$ در نظر بگیرید. در بخش های بعدی، مفهوم سیستم از با میرایی کم و سیستم جداسازی پایه بطور مفصل تشریح خواهد شد. با وجود تکیه گاه جداسازی لرزه ای، نسبت میرایی برابر ۱۳٪ اندازه گیری می شود. با این حال، با توجه به طراحی، یک نسبت میرایی ۳۰٪ نیاز است. بنابراین، مهندس طراح تصمیم می گیرد که از یک میراگر ویسکوز خطی برای افزایش نسبت میرایی استفاده نمایند. ضریب میرایی مورد نیاز را حساب نمایید؟

ضریب میرایی اولیه می تواند بصورت زیر محاسبه شود:

$$c_0 = 2 \times 0.13 \sqrt{mk} = 1,600 \text{ (kN-s/m)}$$

نسبت نسبت میرایی اولیه ζ_0 به نسبت میرایی مورد نیز ζ_{DESIGN} برابر است با:

$$\gamma = \xi_0 / \xi_{\text{design}} = 0.13 / 0.3 = 0.43$$

بنابراین ضریب میرایی مورد نیاز C بصورت زیر محاسبه می شود:

$$c = c_0 \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right) = 1600 \times 1.3077 = 2,093.3 \text{ (kN-s/m)}$$

۱,۱,۱,۳ معادله مشخصه و مدل مودی

برای جستجوی پاسخ های معادله دیفرانسیلی همگن فرض نمایید که:

$$x(t) = Ae^{\lambda t} \quad (1.16)$$

A دامنه تغییر مکان است. آنگاه با جایگذاری معادله ۱,۱۶ در معادله ۱,۷ می توان تعیین کرد که آیا یک جواب ممکن تشریح شده با معادله ۱,۱۶ وجود دارد. ایده استفاده از چنین فرضی مطابق معادله ۱,۱۶ موسوم به روش نیمه محدود می باشد. در اینجا λ یک عدد مختلط است که معنی فیزیکی آن بعداً تشریح می شود. با کمک معادله ۱,۱۶ داریم:

$$\dot{x}(t) = \lambda Ae^{\lambda t} \text{ and } \ddot{x}(t) = \lambda^2 Ae^{\lambda t} \quad (1.17)$$

با جایگذاری معادلات ۱,۱۶ و ۱,۱۷ علاوه بر معادلات ۱,۸ و ۱,۹ در معادله ۱,۷ داریم:

$$(\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2)Ae^{\lambda t} = 0 \quad (1.18)$$

چون $Ae^{\lambda t}$ برابر صفر نمی باشد، هر طرف معادله ۱,۱۸ به این عامل تقسیم شده و نتیجه می دهد:

$$\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0 \quad (1.19)$$

معادله ۱,۱۹ با نام معادله مشخصه سیستم نامیده می شود. با حل معادله ۱,۱۹ برابر λ داریم:

$$\lambda = -\xi\omega_n \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\omega_n \quad (1.20)$$

از

از معادله ۱,۲۰ میبینیم که هنگامیکه نسبت میرایی ξ کوچکتر از ۱ است، داریم:

$$\xi < 1, \quad (1.21)$$

از معادله ۱,۲۰ می توان مجدداً بازنویسی کرد:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n \quad (1.22)$$

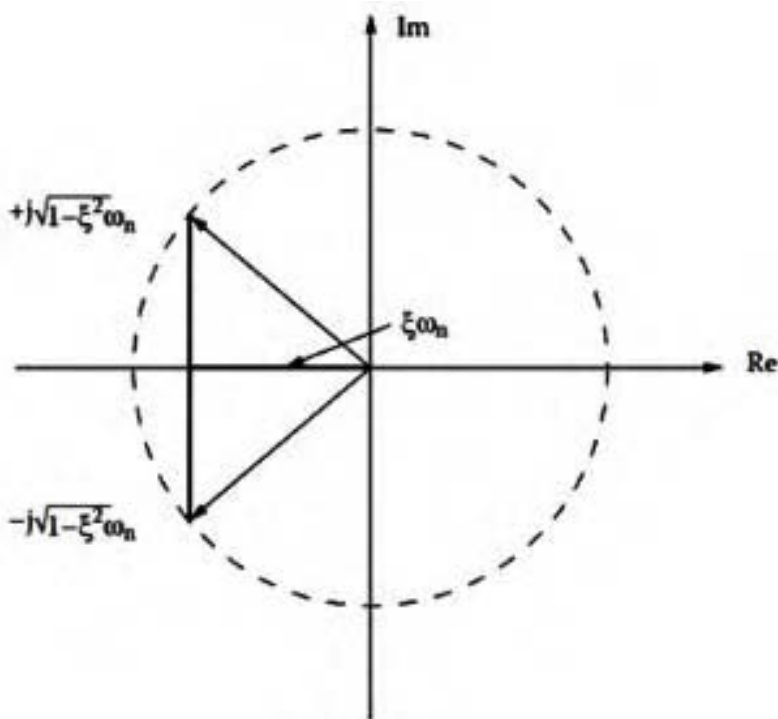
که

$$j = \sqrt{-1} \quad (1.23)$$

در معادله ۱,۲۲، λ_1 و λ_2 مزدوج های مختلط می باشند. هر دوی λ_1 و λ_2 به ۲ مود ارتعاشی مجزا تعلق دارند که اشاره به تبادلات انرژی از پیش گفته شده دارد. در حقیقت، تبادلات انرژی بین انرژی های

پتانسیل و جنبشی رخ می دهد. بار دیگر، یک سیستم ارتعاشی بدون تبادل انرژی وجود ندارد. از این گذشته، تبادل انرژی، اگر و فقط اگر نامعادله نشان داده شده در ۱,۲۱ برقرار باشد، تعریف می گردد. در این مورد، سیستم "با میرایی پایین" می باشد. در عمل، سیستم های با میرایی پایین، مرسوم تر می باشند. در حقیقت، ζ می تواند بسیار کوچکتر از ۱ باشد. در آن مورد، بدون توجه به اینکه کدام نوع از نیروهای میرایی (برای مثال ویسکوز، الاستیک، ویسکو الاستیک، هیسترتیک، درجه دوم) به واقع وجود دارد، پاسخ X عموماً متأثر از همان نسبت میرایی موثر نخواهد بود (بخش ۱,۳ را مشاهده نمایید). فرض میرایی ویسکوز نتایج نسبتاً دقیقی از پاسخ ها را می تواند فراهم کند. روش استفاده از معادلات خطی از نقطه نظر ریاضی، باید سازگار باشد. این امر بطور دقیق تر در فصل ۵ آزموده خواهد شد که در آن مشخصات در مورد تجهیزات میرایی مختلف اول ارائه می شوند. از بحث فوق، مشاهده می شود که نسبت میرایی و فرکانس طبیعی پارامترهای خود سیستم می باشد که متأثر از شرایط خارجی نیست. آنها پارامترهای دینامیکی اساسی یا پارامترهای ویژه سیستم می باشند؛ بنابراین، عبارت λ مقدار ویژه نامیده می شود. شکل ۱,۲ مقادیر ویژه برای مورد میراننده در صفحه مختلط را نشان می دهد. به علاوه، مدل تشریح شده در معادله ۱,۹ مدل مودی نامیده می شود، زیرا با مودهای مزدوج مختلط بوسیله پارامترهای ξ و ω_n تعریف می شود. از این گذشته، ξ و ω_n نسبت میرایی و فرکانس طبیعی پارامترهای مودی خوانده می شوند. توجه داریم سه پارامتر اساسی مدل فیزیکی برای سیستم SDOF وجود دارد، در حالی که برای مدل مودی فقط دو تاست. هنگامیکه رفتار دینامیکی سیستم های خطی با چند درجه آزادی مطالعه می شود، یک مجموعه کامل از مودها یا یک مدل مودی برای ارائه کل سیستم می تواند استفاده شود. این امر در فصول ۲ و ۳ بحث می گردند. در اینجا، برای سیستم SDOF، فقط یک مود قابل توجه در عمل وجود دارد. نیاز نیست که مودهای مزدوج مختلط بطور ویژه متمایز گردیده و معمولاً یک مود مشخصه تک خوانده می شود.

$$\xi = 1, \quad (1.24)$$



شکل ۱،۲ مقادیر ویژه سیستم میرانشده

معادله ۱،۲۰ را می توان مجدداً بازنویسی نمود،

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \quad (1.25)$$

بنابراین، معادله مشخصه دارای دو جواب مشخصه با مقادیر حقیقی است و سیستم مربوطه بحرانی میرا شده^۳ نامیده می شود. از معادله ۱،۱۳، مشخص می گردد که $\xi=1, c=2\sqrt{km}$. برای نشان دادن مورد میرایی بحرانی، این ضریب ویژه میرایی با زیرنویس C_r نشان داده می شود.

$$c_{cr} = 2\sqrt{km} \quad (1.26)$$

با این نمادگذاری، نسبت میرایی برای یک سیستم کلی با ضریب میرایی C بصورت زیر می تواند بازنویسی شود:

$$\xi = \frac{C}{2\sqrt{km}} = \frac{C}{c_{cr}}$$

بنابراین نسبت میرایی بطور رسمی نسبت میرایی بحرانی در بسیاری مراجع خوانده می شود. به علاوه، از معادله ۱،۲۷، مشاهده می شود که نسبت میرایی به نسبت ضریب میرایی C اشاره داشته و دو برابر میانگین هندسی جرم m و سختی k است، یعنی $2\sqrt{km}$.

³ - Critically Damped

$$\xi > 1, \quad (1.28)$$

معادله ۱,۲۰ را می توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \omega_n \quad (1.29)$$

بنابراین، معادله مشخصه دارای دو جواب مجزای حقیقی است و سیستم مربوطه بیش میرا شده خوانده می شود. توجه داریم که در هر دو مورد میرا شده بحرانی و بیش میرا شده، مقادیر ویژه مختلط دیگر وجود ندارند. سیستم به دو شبه-مود درجه اول حقیقی کاهش یافته و هیچ تبادل انرژی بین دو مود وجود نخواهد داشت. به عبارت دیگر، دو نوع سیستم دیگر سیستم های ارتعاشی نیستند. با وجود این دو مورد، جرم هنوز می تواند برای نوسان از نیروهای خارجی ساخته شود، این سیستم ها دیگر قادر به نوسان در ارتعاش آزاد نیستند.

مثال ۱,۳

یک معادله مشخصه به صورت زیر را تصور کنید

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0$$

مقادیر $\lambda_1\lambda_2$ و $\lambda_1 + \lambda_2$ را که در آن λ_1 و λ_2 پاسخ های معادله بالا هستند را پیدا کنید. از خواص عمومی معادله درجه ۲ داریم،

$$\lambda_1\lambda_2 = \frac{k}{m}$$

و

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{c}{m}$$

جملات بالا همیشه بدون توجه به اینکه سیستم با میرایی پایین یا بیش میرا شده است صادق می باشند و با این حال، اگر سیستم با میرایی پایین باشد، آنگاه:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\sqrt{1 - \xi^2} \omega_n$$

بنابراین

$$\lambda_1\lambda_2 = \lambda_1\lambda_1^* = \omega_n^2 = \frac{k}{m}$$

نشان توانی * مبین عملیات مزدوج گیری مختلط می باشد. در این مورد، به آسانی مشاهده می شود که

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2$$

به علاوه

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -\xi\omega_n + (-\xi\omega_n) = -2\xi\omega_n$$

بنابراین

$$-2\xi\omega_n = -\frac{c}{m}$$

یا

$$\frac{c}{m} = 2\xi\omega_n$$

۱,۱,۲ جواب همگن، ارتعاش آزاد کاهنده و پاسخ

پاسخ های معادله ۱,۱ نشانگر پاسخ های ارتعاشی است که بصورت زیر می تواند طبقه بندی شود: (۱) پاسخ انتقالی، ارتعاش آزاد کاهنده و ارتعاش اجباری ناشی از عملکرد انتقالی اجباری؛ (۲) ارتعاش پریودیک، پاسخ وضعیت آرام به علت تهییج های پریودیک و (۳) ارتعاش تصادفی به علت تهییج های تصادفی.

قابل فهم است که سیستم ارتعاش نخواهد نمود، مگر اینکه ورودی خارجی اعمال شود. ورودی هم شرایط اولیه سرعت و/یا تغییر مکان یا توابع اجباری می تواند باشند، توجه داریم که یک تابع نیرویی نیز می تواند منجر به شرایط اولیه اجباری گردد. اگر ورودی فقط شرایط اولیه باشد، آنگاه ارتعاشات کاهنده آزاد رخ خواهند داد. بنابراین، معادله ۱,۱ یک جواب آزاد-کاهنده اگر سیستم برای مثال کارت در شکل 1.1.a با یک نیروی اولیه تهییج شود، یا دارای مقداری تغییر مکان یا سرعت اولیه باشد، خواهد بود. بعد از تهییج اولیه هیچ نیروی خارجی به سیستم افزوده نمی گردد. در این مورد، معادله ۱,۷ استفاده خواهد شد. یک سیستم SDOF با $M=2$ ، $K=100$ و سرعت واحد اولیه به عنوان مثال استفاده می شود. تصور نمایید دو مورد دامنه میرایی وجود دارد، اولی با ۵٪ نسبت میرایی و دومی با ۵۰٪ نسبت میرایی. پاسخ های دو سیستم در شکل ۱,۳ ترسیم شده است. مشاهده می نمایم که سطوح ارتعاشی در هر دو مورد بطور مستمر کاهش پیدا می کنند، با این حال، ارتعاش با نسبت میرایی بزرگتر بسیار سریع تر محو می گردد. با استفاده از روش نیمه-محدود پیشتر ذکر شده بالا، تغییر مکان کاهندگی-آزاد^۴ تحت شرایط اولیه خاص به شرح زیر نوشته می شود:

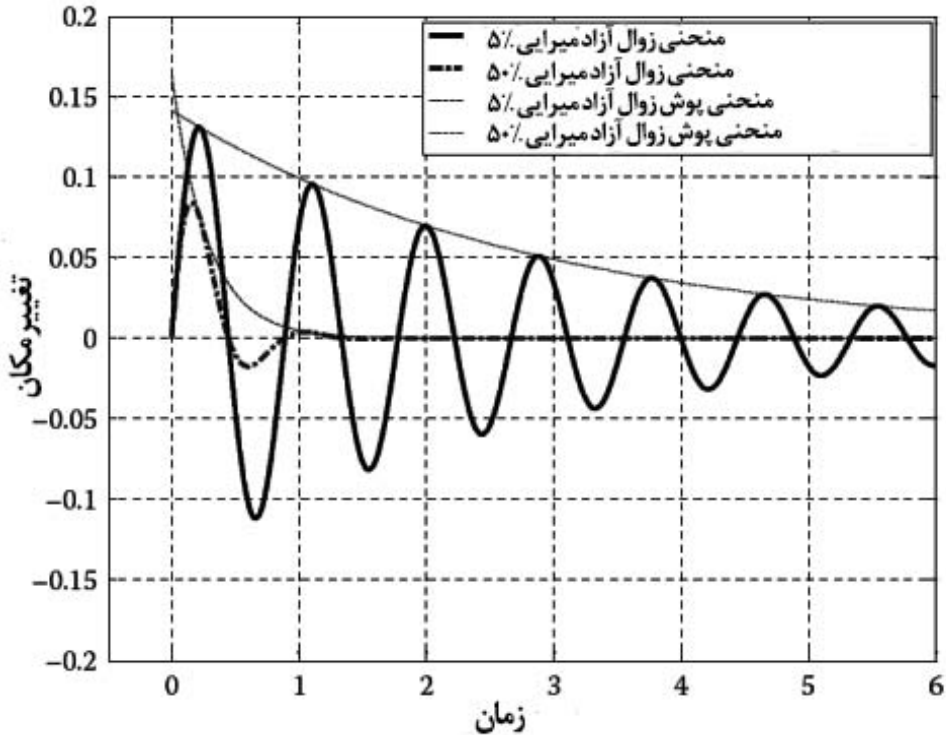
$$x(t) = Ae^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

با شرایط اولیه

$$\begin{cases} x(0) = d_0 \\ \dot{x}(0) = v_0 \end{cases} \quad (1.31)$$

مقایسه پاسخ های کاهندگی-آزاد

⁴ -Free-Decay



شکل ۱،۳ ارتعاش آزاد با کاهندگی

در اینجا v_0 و d_0 بترتیب تغییر مکان و سرعت اولیه هستند و

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n \quad (1.32)$$

فرکانس طبیعی میرا شده نامیده می شود که قسمت موهومی مقدار ویژه تعریف شده در معادله ۱،۲۲ است. در معادله ۱،۳۰ و A و ϕ به ترتیب ثابت های دامنه و زاویه فازی بوده و می توان از شرایط اولیه داده شده در معادله ۱،۳۱ تعیین شود. بنابراین:

$$A = \frac{1}{\omega_d} \sqrt{(v_0 + \xi \omega_n d_0)^2 + (\omega_d d_0)^2} \quad (1.33)$$

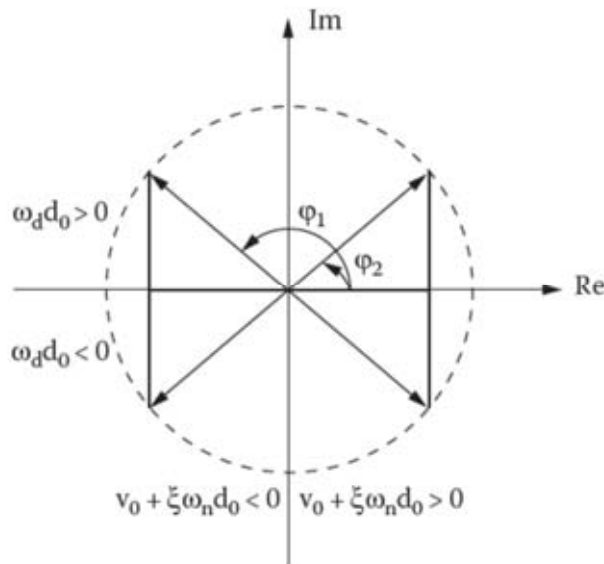
و

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d d_0}{v_0 + \xi \omega_n d_0} \right) + h_\phi \pi \quad (1.34)$$

توجه داریم که پریمود تابع تانژانتی برابر π و توابع کسینوسی برابر 2π است. بنابراین تابع هیوساید h_ϕ را نمی توان به طور دلخواه انتخاب نمود. بر اساس این حقیقت که برنامه های محاسباتی عمدتاً نظیر MATLAB، آرک تانژانت را با محدود کردن مقادیر در دامنه $-\pi/2$ تا $+\pi/2$ محاسبه می کنند، بصورت:

$$h_\phi = \begin{cases} 0, & v_0 + \xi\omega_n d_0 \geq 0 \\ 1, & v_0 + \xi\omega_n d_0 < 0 \end{cases} \quad (1.35)$$

مطابق شکل ۱،۴ زاویه فازی ϕ می تواند ۴ مورد داشته باشد، ترکیب $\omega_d d_0$ و $v_0 + \xi\omega_n d_0$ که اعداد مثبت و منفی می باشند. علیرغم مقادیر $\omega_d d_0$ از شکل ۱،۴ و معادله ۱،۳۵ مشاهده می شود که علامت $v_0 + \xi\omega_n d_0$ گزینه h_ϕ را تعیین می کند. از معادله ۱،۳۰ مشاهده می شود که ارتعاش دارای همپوشانی $Ae^{-\xi\omega_n t}$ خواهد بود، هنگامیکه زمان می گذرد، تراز ارتعاش آزاد کاهش خواهد یافت. نسبت کاهندگی در هر سیکل به مقدار نسبت میرایی بستگی خواهد داشت.



شکل ۱،۴ زاویه فازی ϕ

در شکل ۱،۳ مشاهده می شود که پاسخ های سیستم با نسبت میرایی ۵ و ۵۰٪ دارای همپوشانی (پوش) های مربوطه است. به علاوه، هنگامیکه نسبت میرایی بزرگتر است، مقدار اوج اول، کوچکتر است. از این گذشته، مقادیر اوج زودتر ظاهر شده و فرکانس میرا شده مربوطه کوچکتر است. با مشتق گیری از تغییر مکان نسبت به زمان در معادله ۱،۳۰، سرعت می شود:

$$\dot{x}(t) = A\omega_n e^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_n t + \phi + \theta) \quad (1.36)$$

که در آن

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) \quad (1.37)$$

با مقایسه معادله ۱,۳۰ و معادله ۱,۳۰ مشاهده می شود که متغیرهای زمانی توابع سینوسی و کسینوسی می باشند. دو تابع $\sin(\omega_d t + \phi)$ and $\cos(\omega_d t + \phi + \theta)$ توابع مثلثاتی با یک تفاوت فازی $90^\circ + \theta$ می باشند.

در بسیاری از سازه های مهندسی، نسبت میرایی عدد نسبتاً کوچکتری می باشد، بنابراین:

$$\theta \approx \tan^{-1}(\xi) \approx \xi \quad (1.38)$$

به علاوه، سرعت و تغییرمکان دارای تغییرفازی θ نسبت به 90° درجه خواهند بود. از این رو، چون نسبت میرایی یک عدد کوچک است، در مورد ارتعاش با کاهندگی آزاد، سرعت و تغییرمکان دارای یک تفاوت فازی نزدیک به 90° خواهند بود و هرچه میرایی کوچکتر باشد، تفاوت فازی به 90° نزدیکتر خواهد بود.

توجه داریم که بحث فوق، صرفاً برای سیستم های خطی است. این نتیجه گیری با استفاده از مثال های کاهندگی ارتعاش آزاد در شکل ۱,۵ می تواند به نمایش درآید. در شکل 1.5a نسبت میرایی برابر با

$$1.5b \text{ و در شکل } 0.1 \text{ و در شکل } 1.5b \text{ نسبت میرایی برابر } 0.3 \text{ است. تحت شرایط اولیه } d_0 = 0.1(m) \text{ و } d_0 = 0.1(m)$$

و $v_0 = 0(m/s)$ سرعت (نشان داده شده با خطوط شکسته) سیستم با یک نسبت میرایی کمتر به 90° درجه در پیش روی تغییرمکان مربوطه می باشد (نشان داده شده با خطوط پر). در همین حال، برای سیستم شدیداً میرا شده تر، سرعت بطور قابل ملاحظه ای تغییرمکان را در $90^\circ <$ جلو میزند.

مثال ۱,۴

فرض نمایید که پاسخ های اوج زوال آزاد (free-decay peak responses) یک سیستم SDOF در سیکل دوم و سیکل دهم بترتیب ۲۰ و ۰,۱ میلیمتر اندازه گیری شده باشد، که بموجب آن فرکانس طبیعی میرا شده برابر 1_{Hz} است. نسبت میرایی را بیابید؟

پاسخ اوج در سیکل دوم و دهم برابر X_2 و X_{10} است. همچنین نقاط زمانی مربوطه برابر t_2 و t_{10} هستند. از معادله ۱,۳۰ داریم،

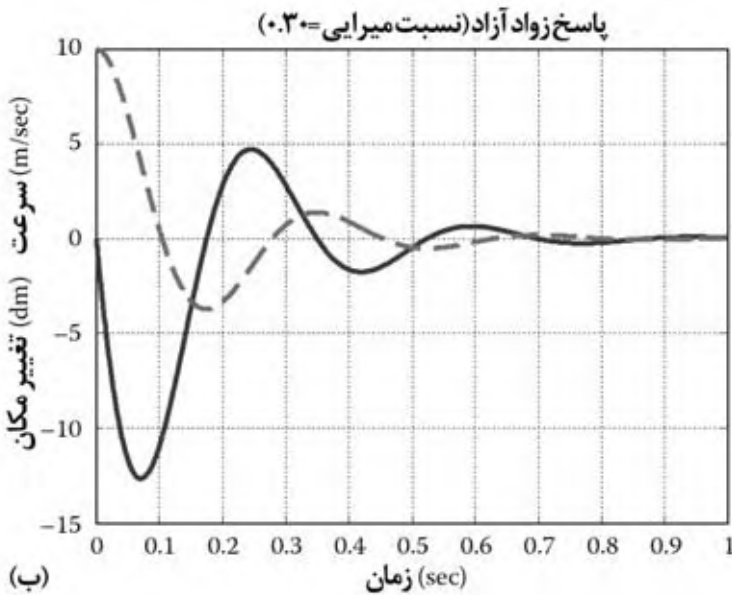
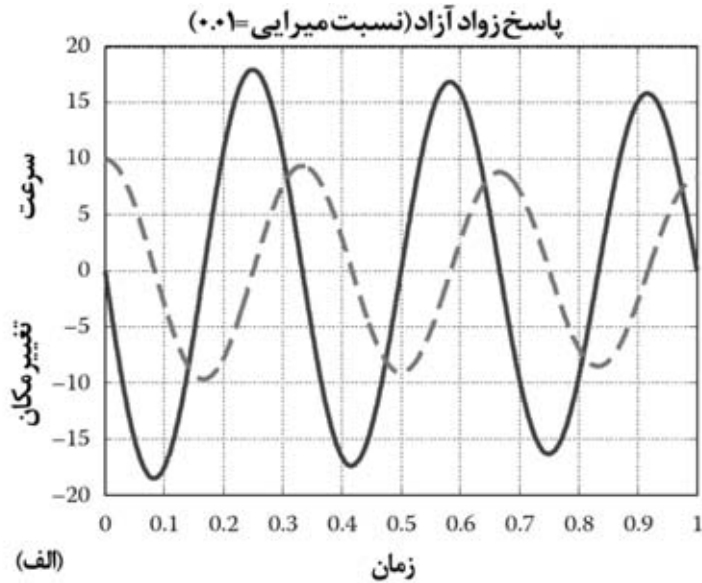
$$x_2 = Ae^{-\xi\omega_n t_2} \sin(\omega_d t_2 + \phi) = 20 \text{ (mm)}$$

و

$$x_{10} = Ae^{-\xi\omega_n t_{10}} \sin(\omega_d t_{10} + \phi) = 0.1 \text{ (mm)}$$

بنابراین نسبت X_{10} و X_2 برابر است با:

$$x_2 / x_{10} = e^{\xi\omega_n (t_{10} - t_2)} = 200$$



شکل ۱.۵- سرعت ها و تغییر مکان های زوادی آزاد - (a) $\xi = 0.01$ و (b) $\xi = 0.30$.

بنابراین

$$\ln(x_2 / x_{10}) = \xi \omega_n (t_{10} - t_2) = \ln(200) = 5.298$$

از این رو

$$\xi = \frac{\ln(x_2 / x_{10})}{\omega_n (t_{10} - t_2)} = \frac{5.298}{\omega_n (t_{10} - t_2)}$$

توجه داریم که از t_2 تا t_{10} ، ۸ سیکل کامل وجود داشته که هر یک دوره پیروید $2\pi/\omega_d$ را کامل می نمایند. بنابراین

$$\omega_n(t_{10} - t_2) = \frac{2\pi(10 - 2)}{\sqrt{1 - \xi^2}} = \frac{16\pi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$$

نسبت میرایی محاسبه شده برابر ۰,۵، ۱۰٪ است.

مثال ۵,۱

دو مورد یک سیستم SDOF با دو شرایط اولیه متفاوت را در نظر بگیرید. مورد اول دارای سرعت اولیه صفر ($V_0 = 0$) در حالی که مورد دوم دارای تغییرمکان صفر ($d_0 = 0$) است. رابطه بین نسبت میرایی و دامنه A را علاوه بر مقادیر اوج تغییرمکان های متناظر را برای ۲ مورد پیدا کنید؟
مورد اول هنگامیکه تغییرمکان اولیه d_0 است، آزموده می شود. از معادله ۱,۳۳ داریم:

$$A = \frac{1}{\omega_d} \sqrt{(v_0 + \xi\omega_n d_0)^2 + (\omega_d d_0)^2} = \frac{d_0}{\sqrt{1 - \xi^2}} \approx \left(1 + \frac{\xi^2}{2}\right) d_0$$

بنابراین، دامنه تغییرمکان A تقریباً متناسب با عبارت $1 + \xi^2/2$ است. به عبارت دیگر، هرچه نسبت میرایی بزرگتر باشد، دامنه حاصله A در این مورد بزرگتر است، علیرغم اینکه گزاره حس مشترک آن است که میرایی بزرگتر به دامنه پاسخ کاهش یافته منتهی خواهد شد.

با این حال توجه داریم که یک دامنه بزرگتر A به معنی این نیست که پاسخ دارای مقدار بزرگتری خواهد بود، چرا که پاسخ کاهندگی-آزاد به علت تغییرمکان اولیه، تنها از تغییرمکان اولیه بزرگتر نخواهد بود. این امر را می توان با مشتق گیری تغییرمکان تعریف شده در معادله ۱,۳۸ با فرض $v = 0$ و حل آن برای زمان t اثبات نمود. در حقیقت، سمت چپ معادله ۱,۳۶ برای تعیین موقعیت مقدار نهایی می تواند برابر صفر قرار داده شود.

$$A\omega_n e^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_n t + \phi + \theta) = 0$$

یا $\cos(\omega_n t + \phi + \theta) = 0$ که می دهد $\omega_n t + \phi + \theta = \pi/2$. با این حال با $V_0 = 0$.

$$\phi + \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}\right) = \pi/2$$

بنابراین، برای بدست آوردن مقادیر اکسترمم، t باید برابر صفر قرار داده شود، یعنی مقدار اوج تغییرمکان باید بدست آید که با x_{\max} به آن اشاره می شود. به علاوه، هنگامیکه $t=0$ ، تغییرمکان چیزی جز تغییرمکان اولیه d_0 نیست. از این رو،

$$x_{\max} = d_0$$

به عبارت دیگر، با سرعت اولیه صفر، مقدار اوج تغییر مکان همیشه تغییر مکان اولیه مستقل از مقدار نسبت میرایی است. با این حال، نسبت میرایی دامنه A را تحت تاثیر قرار داده و میرایی بزرگتر به دامنه بزرگتر منتهی می شود. مورد دوم، هنگامیکه سرعت اولیه v_0 غیر صفر است، آزموده می شود. از معادله ۱،۳۳،

$$A = \frac{1}{\omega_d} \sqrt{(v_0 + \xi \omega_n d_0)^2 + (\omega_d d_0)^2} = \frac{|v_0|}{\omega_d} = \frac{|v_0|}{\sqrt{1 - \xi^2} \omega_n}$$

و از معادله ۱،۳۴ و ۱،۳۵، با V_0 مثبت:

$$\phi = 0$$

بنابراین، از معادله ۱،۳۰، تغییر مکان بصورت زیر ارائه می شود.

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_d} e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_d t)$$

برای یافتن مقدار اوج تغییر مکان، مشتق معادله بالا حساب می شود.

$$\frac{d}{dt}[x(t)] = \frac{v_0}{\omega_d} \left[(-\xi \omega_n) e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_d t) + e^{-\xi \omega_n t} \omega_d \cos(\omega_d t) \right] = 0$$

که از آن داریم:

$$\frac{\sin(\omega_d t)}{\cos(\omega_d t)} = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}$$

این معادله به زمان t هنگامیکه تغییر مکان به مقدار اوج می رسد، منتهی می شود به:

$$t = \frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}$$

و با یک نسبت میرایی کوچک مربوط به مقدار اوج تغییر مکان x_{\max} داریم:

$$\begin{aligned} x_{\max} &= \frac{v_0}{\omega_d} e^{-\xi \omega_n \left(\frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right) \right)} \sin \left(\omega_d \frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right) \\ &= \frac{v_0}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\left(\left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right) \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right) \right)} \sqrt{1 - \xi^2} \\ &= \frac{v_0}{\omega_n} e^{-\left(\left(\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right) \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right) \right)} \approx \frac{v_0}{\omega_n} e^{-\xi \pi / 2} \end{aligned}$$

برای معادله فوق، تغییر مکان اوج سیستم SDOF با سرعت اولیه تنها تقریباً برابر با معکوس فرکانس طبیعی اش ω_n و مستقیماً با دامنه سرعت اولیه و عبارت $e^{-\xi \pi / 2}$ متناسب است. از این رو، هرچه میرایی سیستم بزرگتر باشد، پاسخ اوج کمتر است.

۱,۱,۳ ارتعاش اجباری با تهییج هارمونیک

هنگامیکه ورودی خارجی به سیستم اعمال می شود، سیستم به حالت ارتعاش اجباری مرتعش خواهد شد. این وضع هنگامیکه سیستم خطی معادله ۱,۱ با توابع اجباری تهییج می شود در بخش های فرعی بعدی بحث می گردد.

۱,۱,۳,۱ پاسخ جریان یکنواخت

اولاً، پاسخ جریان یکنواخت در نظر گرفته می شود، برای مثال، هنگامیکه یک تابع نیرویی هارتنکین با دوره زمانی به اندازه کافی اعمال می شود. با فرض $f = f_0 \sin(\omega_f t)$ که در آن f_0 و ω_n به ترتیب دامنه و فرکانس موثر تابع نیرویی هستند؛ جواب جریان یکنواخت x_{ps} بصورت:

$$x_{ps} = x_0 \sin(\omega_f t + \phi) \quad (1.39)$$

داده می شود. بنابراین سرعت برابر است با:

$$\dot{x}_{ps} = \omega_f x_0 \cos(\omega_f t + \phi) \quad (1.40)$$

و شتاب برابر است با:

$$\ddot{x}_{ps} = -\omega_f^2 x_0 \sin(\omega_f t + \phi) \quad (1.41)$$

با جایگذاری معادله ۱,۳۹ تا ۱,۴۱ در معادله ۱,۱ با $f = f_0 \sin(\omega_f t)$ داریم:

$$\omega_f c x_0 \cos(\omega_f t + \phi) + k x_0 \sin(\omega_f t + \phi) = f_0 \sin(\omega_f t) - \omega_f^2 m x_0 \sin(\omega_f t) +$$

با مشتق گیری از طرفین معادله بالا نسبت به m داریم:

$$-\omega_f^2 x_0 \sin(\omega_f t + \phi) + 2\xi \omega_f \omega_n x_0 \cos(\omega_f t + \phi) + \omega_n^2 x_0 \sin(\omega_f t + \phi) = f_0 / m \sin(\omega_f t)$$

به علاوه

$$[\sin(\omega_f t + \phi - \phi)] x_0 = \frac{f_0 / m \cdot \sin(\omega_f t)}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2 + (2\xi \omega_n \omega_f)^2}}$$

از آنجائیکه $\sin(\omega_f t)$ همیشه نمی تواند برابر صفر باشد، دامنه x_0 برای معادله ۱,۳۹ بصورت زیر بدست می آید:

$$x_0 = \frac{f_0 / m}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2 + (2\xi \omega_n \omega_f)^2}} \quad (1.42)$$

در همین حال، زاویه ϕ مبین تفاوت فاز بین نیروی تهییج و تغییر مکان پاسخ است که می تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$\phi = \begin{cases} \tan^{-1} \left[\frac{2\xi\omega_n\omega_f}{\omega_f^2 - \omega_n^2} \right] + h_\phi \pi, & \omega_n \neq \omega_f \\ -\pi/2, & \omega_n = \omega_f \end{cases} \quad (1.43)$$

از لحاظ ریاضی، عبارت زاویه ϕ طبق تعریف خط دوم معادله ۱،۴۳، نباید نوشته می شده است. با این حال، برای محاسبات عملی، هنگامیکه $\omega_n = \omega_f$ باشد، عبارت داخل پرانتز دارای دترمینان صفر خواهد بود که اغلب در برنامه های محاسباتی کاربردی مجاز نیست. به علاوه، تابع آرک تانژانت باید دارای مقادیر چندگانه باشد که اکثر برنامه های محاسباتی فقط جوابی در یک یا دو ربع دایره ارائه می نماید (برای مثال MATLAB جوابی در ربع دایره های اول و چهارم ارائه می کند). بنابراین، یک تابع هویساید h_ϕ برای مواجهه با این جواب استفاده می گردد که به شرح زیر تعریف می شود:

$$h_\phi = \begin{cases} 0, & \omega_n < \omega_f \\ -1, & \omega_n > \omega_f \end{cases} \quad (1.44)$$

در بخش بعدی، دامنه X_0 و فاز ϕ به عنوان توابعی از نسبت میرایی و فرکانس مطالعه می شوند. در اینجا، از تاریخچه زمانی جواب جریان یکنواخت، سرعت همیشه برابر 90° جلوتر از تغییرمکان بدست می آید. با توجه به این امر، در مورد پاسخ هارمونیک جریان یکنواخت، نیروی میرایی نیز 90° جلوتر از نیروی بازگرداننده است.

۱،۱،۳،۲ روش پاسخ مختلط برای تغییرمکان جریان یکنواخت

سیستم $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f \sin(\omega_f t)$ می تواند تحت اثر تهییج پیش ذکر شده $f = f_0 \sin(\omega_f t)$ باشد. همچنین این ممکن است دارای تهییج هارکتین دیگری مانند $f = f_0 \cos(\omega_f t)$ باشد. در مورد آخری:

$$x_{ps} = x_0 \cos(\omega_f t + \phi)$$

آسان است که ببینیم دامنه X_0 و فاز ϕ در معادله بالا می توانند با معادلات ۱،۴۲ و ۱،۴۳ به ترتیب مشابه با مورد $f = f_0 \sin(\omega_f t)$ بیان شود. از آنجائیکه سیستم ارتعاشی خطی است، هنگامیکه یک تابع نیرویی به صورت ترکیب مختلط نوشته می شود:

$$f = f_0 \cos(\omega_f t) + j f_0 \sin(\omega_f t) = f_0 e^{j\omega_f t} \quad (1.45)$$

پاسخ می تواند:

$$x_{ps} = x_0 \cos(\omega_f t + \phi) + j x_0 \sin(\omega_f t + \phi) = x_0 e^{j(\omega_f t + \phi)} = x_0 e^{j\omega_f t} = x_{p0} e^{j\omega_f t} \quad (1.46)$$

در اینجا، دامنه دارای مقدار مختلط X_{ps} است.

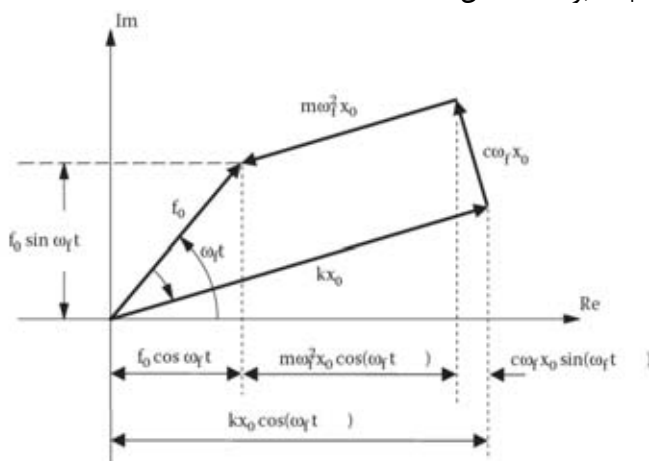
$$x_{p0} = x_0 e^{j\phi}$$

برای مثال

$$|x_{p0}| = x_0 \quad (1.47)$$

$$\angle(x_{p0}) = \phi \quad (1.48)$$

در معادله ۱،۴۷، نماد $|(\cdot)|$ نشانگر مقدار مطلق متغیر مختلط (\cdot) است. در معادله ۱،۴۸، نماد $\angle(\cdot)$ نشانگر زاویه متغیر مختلط (\cdot) است. می توان نشان داد که دامنه X_0 و زاویه فازی ϕ توسط معادلات ۱،۴۲ و ۱،۴۳ می تواند به ترتیب نمایش داده شود. شکل ۱،۶ رابطه بین قسمت های واقعی و موهومی توابع اجباری و پاسخ ها را نشان می دهد. تابع نیرویی، $f(t)$ می تواند با یک بردار دورانی با دامنه f_0 سرعت زاویه ای ω_f که تصویرش روی محور حقیقی با R_e نشان داده می شود، برابر $f_0 \cos \omega_f t$ و محور فرضی با I_m برابر با $m f_0 \sin \omega_f t$ در هر زمان t ، زاویه $\omega_f t$ حاصلضرب فرکانس موثر ω_f و زمان t است که می توان به عنوان زاویه ویژه مطابق شکل ۱،۶ به آن نگاه کرد. به علاوه، نیروی بازگرداننده $k_x(t)$ با یک بردار با دامنه k_{x0} و زاویه فازی ϕ در قیاس با نیروی $f(t)$ نشان داده می شود. نیروی بازگرداننده نیز دارای سرعت مشابه زاویه ای ω_f است. مشاهده می شود که دارای تصویر $k_{x0} \cos(\omega_f t + \phi)$ روی محور R_e مطابق شکل ۱،۶ است. تصویر آن روی محور I_m باید $k_{x0} \sin(\omega_f t + \phi)$ باشد که نشان داده نشده است. بطور مشابه، نیروی میرایی $c\dot{x}(t)$ نیز می تواند به عنوان بردار سوم با دامنه $c\omega_f x_0$ و زاویه فازی $\pi/2$ در قیاس با نیروی $kx(t)$ نشان داده شود. نیروی میرایی نیز دارای سرعت زاویه ای ω_f است. مشاهده می شود که دارای تصویر $c\omega_f x_0 \cos(\omega_f t + \phi)$ روی محور R_e است نیز در شکل ۱،۶ نشان داده شده است. تصویر آن روی محور I_m برابر $c\omega_f x_0 \sin(\omega_f t + \phi)$ بوده که نشان داده نشده است.



شکل ۱،۶ ربع دایره برداری در زمان t

نیروی اینرسی $m\ddot{x}(t)$ به عنوان بردار چهارم با دامنه $-m\omega_f^2 x_0$ و زاویه فازی $\pi/2$ در مقایسه با میرایی $c\dot{x}(t)$ می تواند نشان داده شود. نیروی اینرسی نیز دارای سرعت زاویه ای مشابه $\omega_f t$ است. مشاهده می شود که آن دارای تصویر $-m\omega_f^2 x_0 \cos(\omega_f t + \phi)$ روی محور Re مطابق شکل ۱,۶ است. تصویر آن روی محور Im برابر $-m\omega_f^2 x_0 \sin(\omega_f t + \phi)$ بوده که نشان داده نشده است. شکل ۱,۶ نشان می دهد که به محض اینکه موقعیت برداری که تابع نیرویی را نشان می دهد تعیین شود، چهار وجهی برداری برای یک سیستم خاص M-C-K تعیین می گردد. این امر یعنی هر دوی تفاوت دامنه و فازها برای نیروی بازگرداننده، نیروی میرایی و نیروی اینرسی تعیین می گردند. تعیین دامنه ها را می توان از طریق X_0 در معادله ۱,۴۲ انجام شود. تعیین زوایای فازی را می توان از طریق ϕ در معادله ۱,۴۳ تعیین نمود. این پارامترها را همچنین می توان از طریق رسم ربع دایره برداری مطابق شکل ۱,۶ تعیین نمود که به روش هندسی برای پاسخ های جریان یکنواخت موسوم می باشد. هنگامیکه معادلات ۱,۴۲ و ۱,۴۳ بدست آمدند، پاسخ ها هم روی محور Im یا روی محور Re استفاده می شوند. شکل ۱,۶ نشان می دهد که وضعیت بردارهای نیرو و همچنین و تصویر آنها تخمین زده می شوند، بنابراین پوشا می باشند. به طور نامی، روی محور Re، توابع کسینوسی روی محور Im توابع سینوسی برقرار می گردند. به عبارت دیگر، زمانیکه توابع کسینوسی بر روی محور Re مشخص باشند، با یکدیگر با زاویه $\omega_f t$ و تغییر فاز ϕ ، محورهای نیرویی و توابع سینوسی را می توان بر روی محور Im نشان داد و بالعکس. این حقیقت دلالت بر آن دارد که توابع سینوسی یا کسینوسی و ترکیبات مقادیر موهومی آنها را می توان استفاده نمود تا راه حل های یکنواخت (steady-state solutions) را ارائه کرد. به عبارت دیگر، زمانیکه یک دسته توابع (سینوسی، کسینوسی و مختلط) تعیین گردند، دو دسته توابع وجود دارند. بنابراین، ۳ دسته بسته توابع وجود دارند که منحصراً به یکدیگر مرتبط می باشند.

در بسیاری از مواقع، محاسبات پاسخ با استفاده از توابع موهومی (مختلط) ساده تر می باشد. هر زمانی که فرمول های مقادیر حقیقی نیاز باشد، هر یک از بخش های حقیقی یا موهومی توابع مختلط را می توان بدون از دست دادن اطلاعات بدست آورد، از آنجایی که بخش های حقیقی یا موهومی به یکدیگر منحصراً مرتبط می باشند. این امر تحت عنوان روش پاسخ مختلط ارجاع داده می گردد.

۱,۱,۳,۳ پاسخ تهییج هامونیک با شرایط اولیه صفر

در ادبیات فنی، هنگامیکه شرایط اولیه صفر هستند، بطور مثال،

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_0 \cos(\omega_f t) \\ x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases} \quad (1.49)$$

پاسخ ناشی از تابع نیرویی $f_0 \sin \omega_f t$ جواب ویژه معادله ۱,۴۹ است که جواب جریان یکنواخت تشریح شده در معادله 1.40a را نخواهد داشت، ولی دارای یک جواب انتقالی $x_{pt}(t)$ است، بنابراین،

$$x(t) = x_{pt}(t) + x_{ps}(t) \quad (1.50)$$

برای معادله ۱,۴۹، جواب انتقالی $x_{pt}(t)$ بصورت زیر می تواند نوشته شود:

$$x_{pt}(t) = Ae^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \Phi) \quad (1.51)$$

که در آن

$$A = \begin{cases} \frac{-x_0 \cos \phi - \frac{x_0 \sqrt{(\omega_d \cos \phi)^2 + (\xi\omega_n \cos \phi - \omega_f \sin \phi)^2}}{\omega_d}}{\sin \Phi} & \phi \neq -\pi/2 \\ -\frac{x_0 \omega_f}{\omega_d} & \phi = -\pi/2 \end{cases} \quad (1.52)$$

و فاز Φ برابر است با:

$$\Phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d \cos \phi}{\xi\omega_n \cos \phi - \omega_f \sin \phi} \right) - \frac{\pi}{2} \leq \Phi \leq \frac{\pi}{2} \quad (1.53)$$

در معادله ۱,۵۰، جواب جریان یکنواخت $x_{ps}(t)$ می تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$x_{ps}(t) = x_0 \cos(\omega_f t + \phi) \quad (1.54)$$

برای معادلات ۱,۵۳ و ۱,۵۴ دامنه x_0 و زاویه ϕ به ترتیب در معادلات ۱,۴۲ و ۱,۴۳ تعریف می شوند.

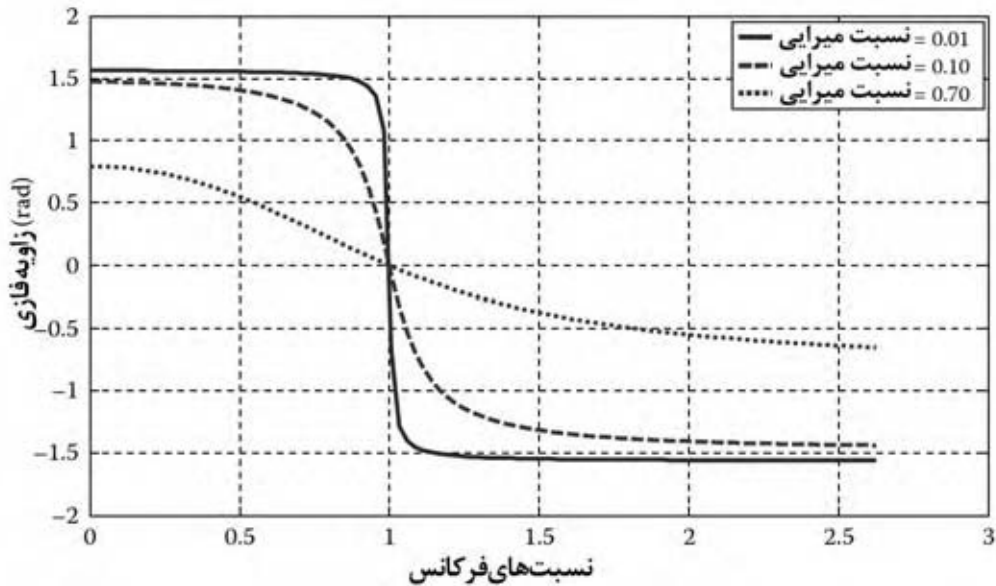
جواب ویژه نهایی $x_{ps}(t)$ می تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$x_p(t) = x_{pt}(t) + x_{ps}(t) = x_0 \left[-\frac{\cos \phi}{\sin \Phi} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \Phi) + \cos(\omega_f t + \phi) \right] \quad (1.55)$$

در نقطه تشدید، $\omega_f = \omega_n$ معادله ۱,۵۵ باید به این صورت بازنویسی شود:

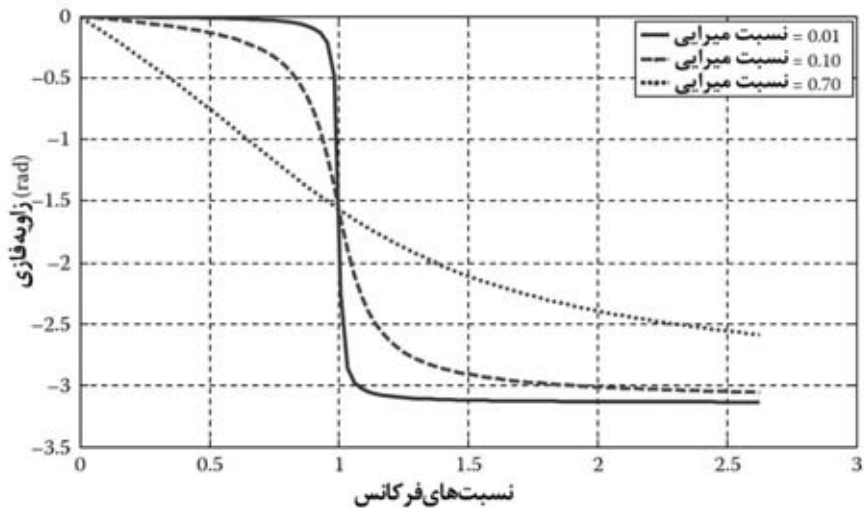
$$x_p(t) = x_{pt}(t) + x_{ps}(t) = x_0 \left[-\frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_d t) + \sin(\omega_f t) \right] \quad (1.56)$$

در هر دو مورد، چون پاسخ های انتقالی $x_{pt}(t)$ به زودی محو شده، جواب جریان یکنواخت حاکم می شود به نحوی که سرعت نیز دارای تغییرمکان پیشتاز به اندازه ۹۰ درجه مطابق توضیحات قبل خواهد بود. برای فرآیند انتقالی، یک اثر ویژه میرایی با آزمودن عبارات ϕ و Φ و $e^{-\xi\omega_n t}$ در معادله ۱,۵۵ محقق می شود. مشاهده می شود که پاسخ جریان یکنواخت $x_{ps}(t)$ تناوبی است. در حقیقت، این ساده ترین پاسخ تناوبی است. در ادامه، $x_{ps}(t)$ بطور دقیق تر بحث می شود. اول، اثر زوایای فازی را در نظر بگیرید. اگر $\omega_f < \omega_n$ باشد، Φ دارای علامت مثبت خواهد بود. هنگامیکه ω_f از مقادیر نسبتاً کم افزایش یافته و به ω_n نزدیک می شود. زاویه Φ به تدریج از مقدار $\pi/2$ کاهش پیدا می کند.

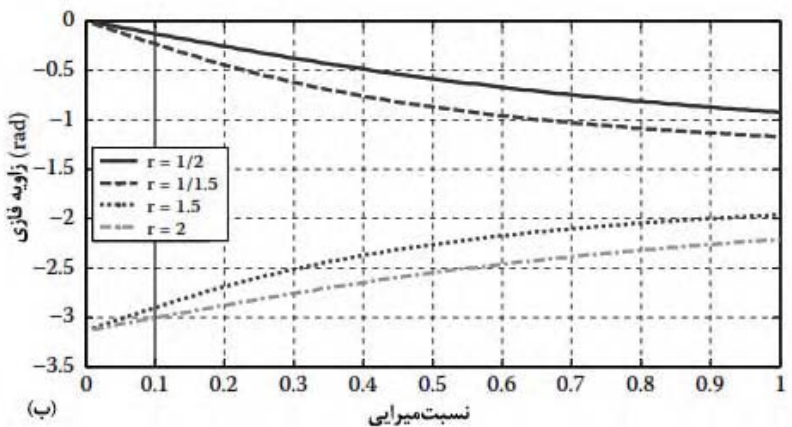
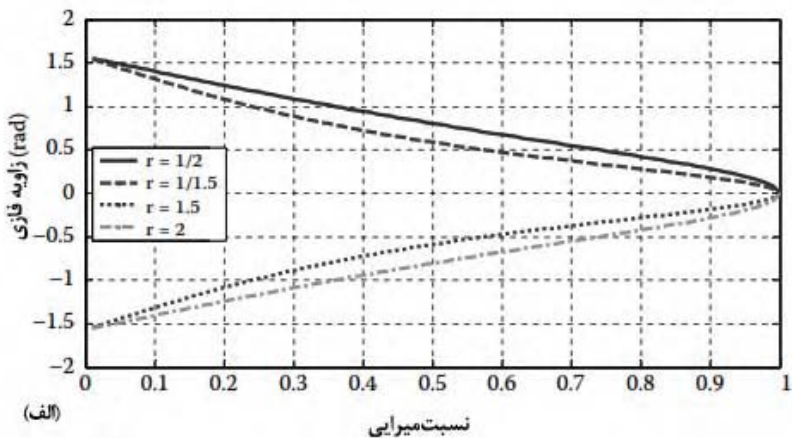


شکل ۱،۷ زویه فازی Φ در برابر نسبت فرکانس

هرچه میرایی کوچکتر باشد، مقدار محدود اولیه به $\pi/2$ نزدیکتر است. به علاوه، هرچه نسبت میرایی بزرگتر باشد، نرخ کاهش، کندتر است. به عبارت دیگر، با یک نسبت میرایی کوچکتر، نرخ کاهش سریعتر می شود. این پدیده با استفاده از یک مثال می تواند نشان داده شود که در آن فرکانس طبیعی برابر 3Hz تنظیم می گردد. در شکل ۱،۷، مقادیر زویه فازی Φ ترسیم شده در برابر نسبت فرکانس ω_f / ω_n به سه نمودار مربوط به نسبت میرایی 0.01، 0.1 و 0.7 به ترتیب می باشند. بعداً، اثر نسبت میرایی روی زویه فازی در نظر گرفته می شود. در شکل 1.9a، مقادیر زویه فازی Φ در برابر نسبت میرایی ξ ترسیم می شوند. در شکل 1.9b، مقادیر زویه فازی ϕ در برابر نسبت میرایی ξ ترسیم می گردند. در هر شکل، 4 منحنی نشان داده می شوند، متناظر با نسبت فرکانس $\omega_f / \omega_n = 2$ برابر $1/2$ ، $1/1$ ، $1/5$ ، $1/5$ و 2 بترتیب نشان داده می شوند.



شکل ۱،۸ زاویه فازی ϕ در برابر نسبت فرکانس

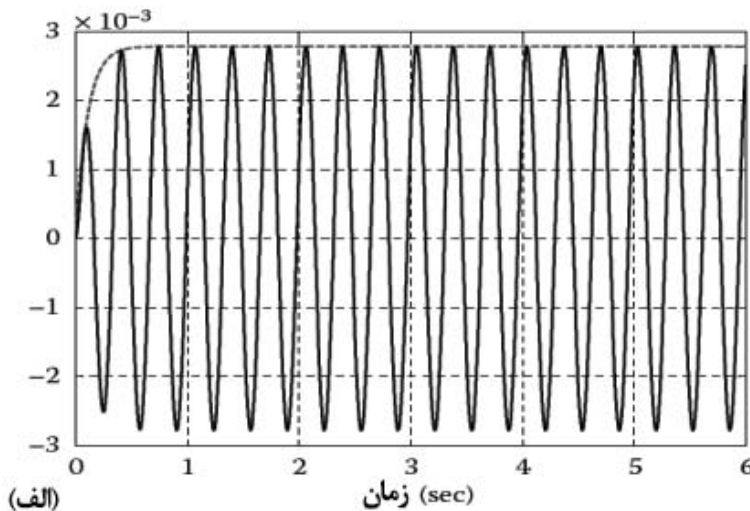


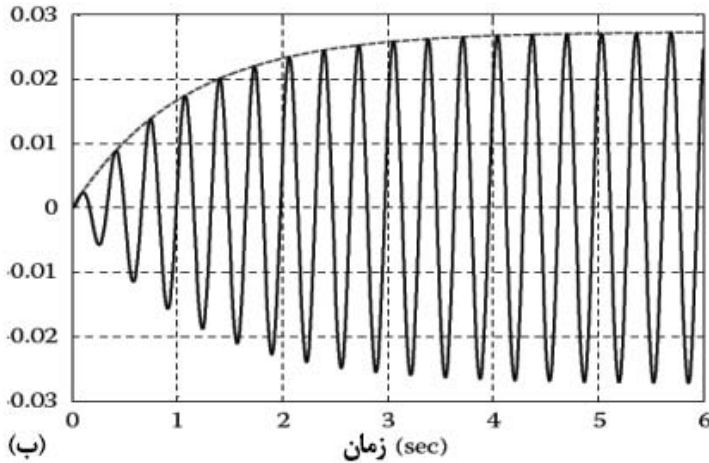
شکل ۱،۹ زاویه فازی در برابر نسبت میرایی ϕ (a) و ϕ (b)

از این نمودارها، مشاهده می شود که هنگامیکه نسبت میرایی افزایش پیدا می کند، زوایای فازی نیز با توجه به آن مقادیر خودشان را تغییر می دهند. هنگامیکه نسبت میرایی کوچک است، زاویه فازی Φ به $\pm\pi/2$ نزدیک است. هنگامیکه نسبت میرایی بیشتر به ۱ نزدیک می شود، زاویه فازی نزدیک به صفر است. از این رو، روند زاویه در حال تغییر Φ می تواند بسته به اینکه آیا نسبت فرکانس بزرگتر یا کوچکتر از ۱ است، افزایش یا کاهش داده شود. به عبارت دیگر، هنگامیکه نسبت میرایی کوچک است، زاویه فازی Φ به صفر یا $-\pi$ نزدیک است. هنگامیکه نسبت میرایی بزرگتر می شود، زاویه فازی Φ به صفر نزدیک می گردد. از این رو، روند زاویه در حال تغییر Φ نیز می تواند بسته به اینکه آیا نسبت فرکانس کوچکتر یا بزرگتر از ۱ است، افزایش یا کاهش داده شود. روندهای تغییر زوایای Φ و ϕ مشابه هستند. هنگامیکه نسبت میرایی به اندازه کافی کوچک باشد، در نقطه تشدید هنگامیکه $\omega_f = \omega_n$ ، معادله ۱،۵۱ می تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$x_p(t) = x_{pt}(t) + x_{ps}(t) = x_0(1 - e^{-\xi\omega_n t})\sin(\omega_n t) \quad (1.57)$$

پاسخ انتقالی در موردی که فرکانس موثر نزدیک به فرکانس طبیعی در نظر گرفته می شود، نزدیک است. در معادله ۱،۵۷، عبارت $(1 - e^{-\xi\omega_n t})$ یافته می شود، که به یک دامنه رو به افزایش با توجه به زمان اشاره دارد. در شکل ۱،۹، یک سیستم با فرکانس طبیعی ۳ هرتز یا 6π (rad/s) با فرکانس تهییج 3.03 هرتز، برای نشان دادن پاسخ های انتقالی استفاده می گردد (با فرض $m=1$ و $f_0=1$ برای سهولت). مقایسه های بین پاسخ های ارتعاشی و سیگنال رو به رشد $x_0(1 - e^{-\xi\omega_n t})$ در شکل ۱،۱۰ ساخته می گردند. در شکل 1.10a نسبت میرایی برابر با ۰،۵ و در شکل 1.10b نسبت میرایی برابر با ۰،۰۵ است. در این ترسیم ها، خطوط شکسته دامنه های رو به افزایش و خطوط توپر پاسخ های ارتعاشی هستند. از شکل ۱،۱۰، سیگنال رو به افزایش را می توان به عنوان یک پوش از پاسخ های ارتعاشی دانست.





شکل ۱،۱۰ پاسخ های انتقالی (الف) $\zeta = 0.50$ و (ب) $\zeta = 0.05$

و هنگامیکه نسبت میرایی کوچکتر است، سیگنال رو به افزایش به پوش ارتعاشات اوج نزدیکتر است. با این حال، هنگامیکه میرایی بزرگتر است، در آغاز، تفاوت بزرگی وجود دارد. بعداً مشاهده می شود که هنگامیکه نسبت میرایی بزرگ است، ارتعاش به جریان یکنواخت خود سریعتر از میرایی کوچکتر می رسد. مشاهده سوم آن است که میرایی بزرگ یک دامنه ارتعاش کوچکتر پاسخ های جریان یکنواخت را تضمین می کند.

۱،۱،۳،۴ پاسخ های با شرایط اولیه غیر صفر

اکنون، تهییج هارنکین به همراه شرایط اولیه غیر صفر $x(0)$ و $\dot{x}(0)$ بیشتر مد نظر قرار می گیرد. از این رو،

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_0 \cos(\omega_f t) \\ x(0) = d_0 \\ \dot{x}(0) = v_0 \end{cases} \quad (1.58)$$

جواب معادله ۱،۵۸ می تواند به صورت زیر نوشته شود.

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} [A \sin(\omega_d t) + B \cos(\omega_d t)] + x_0 \cos(\omega_f t + \phi) \quad (1.59)$$

اینجا، دامنه x_0 و زاویه ϕ نیز به ترتیب در معادلات ۱،۴۲ و ۱،۴۳ تعریف می گردند؛ به علاوه، در معادله ۱،۵۹ داریم:

$$A = \frac{v_0 + \xi\omega_n B + \omega_f x_0 \sin \phi}{\omega_d} \quad (1.60)$$

و

$$B = d_0 - x_0 \cos \phi \quad (1.61)$$

از معادله ۱،۵۹، اثر میرایی روی پاسخ هارتکین کلی را می توان مشاهده نمود. اولاً، اثر بخش جریان یکنواخت پاسخ همان است که در بالا مشاهده شد و در بخش بعدی دقیق تر بحث می شود.

ثانیاً، بخش انتقالی دارای عبارت مشترک $e^{-\zeta\omega_n t}$ بوده که سریعاً تغییرمکان ناشی از شرایط اولیه را کاهش می دهد. هرچه نسبت میرایی سیستم بزرگتر باشد، کاهش (زوال یا decay) سریعتر رخ می دهد. همزمان این عبارت نیز رشد پاسخ ویژه را تا زمانیکه به جریان یکنواخت برسد، تحت تاثیر قرار خواهد داد. بطور مشابه، هرچه نسبت میرایی سیستم بیشتر باشد، رشد آن سریعتر خواهد بود. از آنجا که پاسخ های انتقالی $e^{-\zeta\omega_n t} [A \sin(\omega_d t) + B \cos(\omega_d t)]$ به سرعت افت می کند، پاسخ جریان یکنواخت حاکم است، به نحوی که سرعت ۹۰ درجه بر تغییرمکان همانطور که پیشتر گفته شد، مقدم است. از بحث فوق، متغیرهای زمانی سینوس و کسینوس تغییرمکان و سرعت، به مفهوم آن است که در طول ارتعاش، سرعت و تغییرمکان دارای اختلاف فاز ۹۰ درجه هستند. از این رو، سرعت ۹۰ درجه بر تغییرمکان مقدم است. برای یک سیستم نامتغیر با زمان غیرخطی، هر دو ضریب میرایی C و ضریب فنر k ثابت هستند. در معادله ۱،۵، حاصلضرب ضریب میرایی و سرعت نیروی میرایی است. همچنین، از معادله ۱،۶، حاصلضرب ضریب فنر و تغییرمکان نیروی بازگرداننده است. بنابراین، نیروی میرایی و نیروی بازگرداننده نیز دارای یک اختلاف فاز ۹۰ درجه هستند.

تحت زلزله یا تهییج های تصادفی دیگر، پاسخ سیستم نیز تصادفی است. با این حال، برای یک سیستم SDOF رابطه تشریح شده در بالا بطور تقریبی می تواند استفاده شود. شکل الف 1.11 پاسخ های جریان یکنواخت سازه ای خاص را برای دوره های زمانی کوتاه را نشان می دهد. این سازه دارای یک نسبت میرایی ۰/۵٪ و تحت تهییج سینوسی قرار دارد. شکل ب 1.11 پاسخ های همان سازه را تحت تهییج زلزله Northridge را نشان می دهد. خطوط توپر سرعت و خطوط شکسته تغییرمکان هستند. از این اشکال، مشاهده می شود که تحت تهییج تصادفی، پاسخ دیگر سیگنال های خالص سینوسی نیست. بنابراین، مفهوم فازی نمی تواند برای تشریح دقیق رابطه بین سرعت و تغییرمکان استفاده گردد. با این حال، تغییرمکان ماکزیمم همیشه هنگامیکه سرعت صفر است، رخ می دهد؛ و در اکثر موارد، سرعت ماکزیمم هنگامیکه تغییرمکان نزدیک به صفر است، رخ می دهد. مشاهده می شود که سرعت ها دارای فاز پیشروی تقریباً ۹۰ درجه بر تغییرمکان هستند.

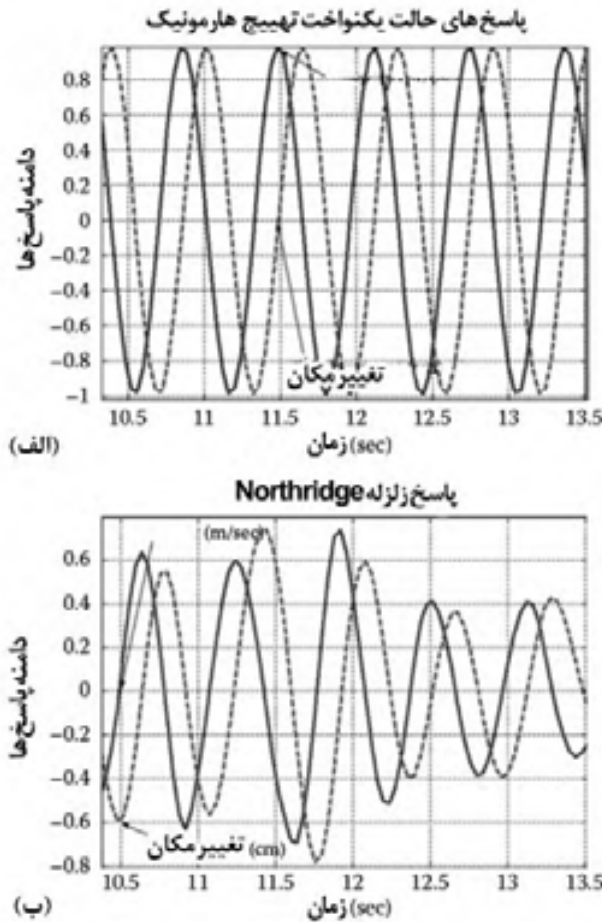
۱،۱،۴ تهییج زمین

۱،۱،۴،۱ معادله حاکم

شکل الف 1.1 موردی را نشان می دهد که تحت اثر یک نیروی خارجی است و در بخش قبلی، پاسخ هنگامیکه نیروی خارجی هارتکین می باشد، بحث شد. با این حال، شکل ب 1.1 سیستم SDOF با شتاب های زمین، درست برخلاف یک تهییج نیروی خارجی، تهییج می شود. اکنون، فقط تهییج هارتکین در نظر گرفته می شود. در حقیقت، این مورد با تهییج های زلزله در ارتباط است. با نشان داده شتاب زمین بصورت \ddot{x}_g و شتاب مطلق جرم نشان داده شده در شکل ب 1.1 مطابق

$$\ddot{x}_A(t) = \ddot{x}(t) + \ddot{x}_g(t) \quad (1.62)$$

که در آن \ddot{x} شتاب جرم نسبت به زمین است.



شکل ۱،۱۱ پاسخ های سازه ای (الف) پاسخ های هار تکین و (ب) پاسخ های زلزله

به علاوه، فرض است که x و \dot{x} تغییر مکان و سرعت جرم نسبت به زمین می باشند. آنگاه، معادله حاکم حرکت برای جرم را بصورت زیر می توان نوشت:

$$m\ddot{x}_A(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (1.63)$$

با جایگذاری معادله ۱،۶۲ در معادله ۱،۶۳ و بازنویسی معادله داریم:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -m\ddot{x}_g(t) \quad (1.64)$$

در قیاس با معادله ۱،۱، تشابه محقق شده جز در این مورد، نیروی خارجی مشخص می شود

$$f(t) = -m\ddot{x}_g(t) \quad (1.65)$$

مثلاً، نیروی $f(t)$ معادل با مقدار منفی حاصل ضرب جرم و شتاب زمین است. در بخش قبلی، هنگامیکه نیروی خارجی در معادله ۱،۱ هار تکین فرض شد، جواب جریان-یکنواخت (steady-state solution)